

L'ERGOMÈTRE D'INERTIE DE JOSEPH DOYEN

ET

LES MÉTHODES DYNAMOMÉTRIQUES QUI EN RÉSULTENT

PAR

A. HUBERTI,

Professeur à l'Université de Bruxelles,
Président de la Commission des essais des chemins de fer de l'État belge,

ET

J. DOYEN,

Ingénieur principal des chemins de fer de l'État belge.

Extrait du *Bulletin de l'Association du Congrès international des chemins de fer.*
(Janvier 1909.)

[625 .245 & 656 .221]

BRUXELLES

M. WEISSENBRUCH, IMPRIMEUR DU ROI

ÉDITEUR

49, rue du Poinçon, 49

1909

L'ERGOMÈTRE D'INERTIE DE JOSEPH DOYEN

ET

LES MÉTHODES DYNAMOMÉTRIQUES QUI EN RÉSULTENT



SOMMAIRE

	Pages.
I. — Rôle de la roulette intégrante de Abdank-Abakanowicz	4
II. — Rôle du pendule d'inertie de Desdouits	6
III. — Détermination du travail des efforts moteurs et résistants au moyen de l'ergomètre d'inertie	10
IV. — Description de l'ergomètre d'inertie	15
V. — Détermination de la résistance au roulement d'un train complet, locomotive et tender compris	15
VI. — Détermination du travail total de la vapeur au cylindre	15
VII. — Mesure de la résistance au roulement du matériel	18
VIII. — Mesure de l'effet utile des freins	21
IX. — Vérification du montage de l'ergomètre.	25
X. — Détermination directe de la constante C.	25
XI. — Conclusions.	25

L'appareil qui fait l'objet de la présente note a été réalisé en combinant les propriétés de la roulette intégrante de Abdank-Abakanowicz ⁽¹⁾ avec celles du pendule

(1) Consulter sur cet appareil l'intéressant ouvrage de Abdank-Abakanowicz : *Les Intégraphes, la courbe intégrale et ses applications*. Gauthier-Villars, 1886.

d'inertie de Desdouits (4). Il est destiné à mesurer le *travail des forces d'inertie* et c'est par analogie avec le dynamomètre d'inertie de Desdouits qui mesure ces forces *elles-mêmes*, qu'on lui a donné le nom d'ergomètre d'inertie.

I. — Rôle de la roulette intégrante de Abdank-Abakanowicz.

Un des organes essentiels de l'ergomètre est une roulette dont la jante fortement biseautée est presque tranchante. Cette roulette, étant appuyée sur une surface quelconque qui dans l'espèce est un cylindre, jouit de la propriété d'opposer une résistance très grande à tout déplacement perpendiculaire à son plan de rotation : mais elle peut tourner librement autour de son axe dès qu'elle est entraînée par la rotation du cylindre. Cet axe A (fig. 1) est relié par la pièce verticale AB à la règle CD de telle sorte que le point de contact de la roulette est assujéti à rester constamment sur la génératrice supérieure du cylindre.

Supposons que, dans sa position initiale, ce point de contact soit en E et que le plan de rotation de la roulette fasse avec les génératrices un angle constant α . Faisons tourner le cylindre d'un angle ω tel que $\omega r = \text{arc EF}$, r étant le rayon du cylindre, et développons celui-ci comme il est indiqué figure 2.

Entraînée par le cylindre, la roulette tourne sur son axe, mais comme elle ne peut glisser perpendiculairement à son plan de rotation et que l'angle α reste constant, son point de contact décrit sur le cylindre un arc d'hélice EG, représenté par eg sur la surface développée. Ce point de contact étant assujéti à rester toujours sur la génératrice supérieure du cylindre, quand le point f sera arrivé en e , la génératrice fg sera passée de fg en eh et le point g se trouvera en h . Le point de contact de la roulette se sera donc déplacé de e en h sur la génératrice supérieure.

Le déplacement eh est donné par la relation :

$$eh = \frac{hg}{\text{tg } \alpha} = \frac{ef}{\text{tg } \alpha}.$$

Si, au lieu de compter les déplacements eh à partir du point e , on les mesure à partir d'une ligne des zéros 00, arbitrairement choisie (fig. 1 et 2) et si l'on appelle Y le déplacement du point de contact de la roulette pour une rotation ωr , et Y_0 la distance qui sépare de cette ligne des zéros le point de contact E correspondant à une rotation zéro, on aura :

$$eh = Y - Y_0 = \frac{\omega r}{\text{tg } \alpha}.$$

(4) Voir la *Revue générale des chemins de fer*, 2^e semestre 1883.

Fig. 1.

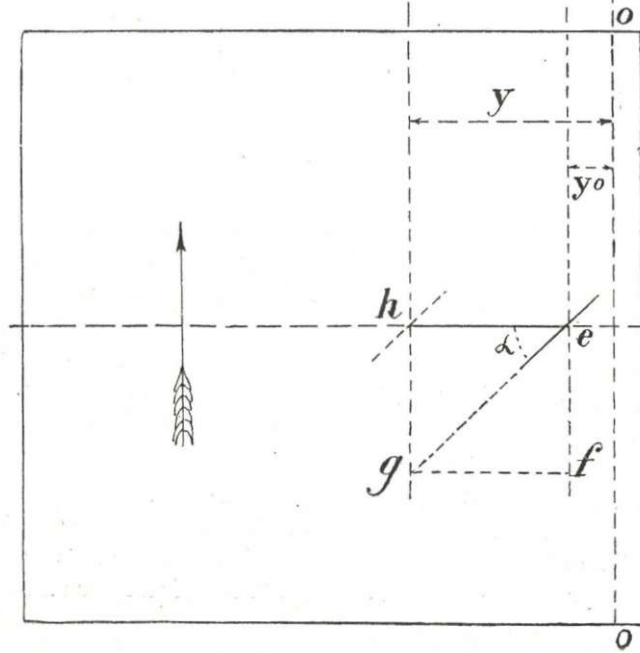
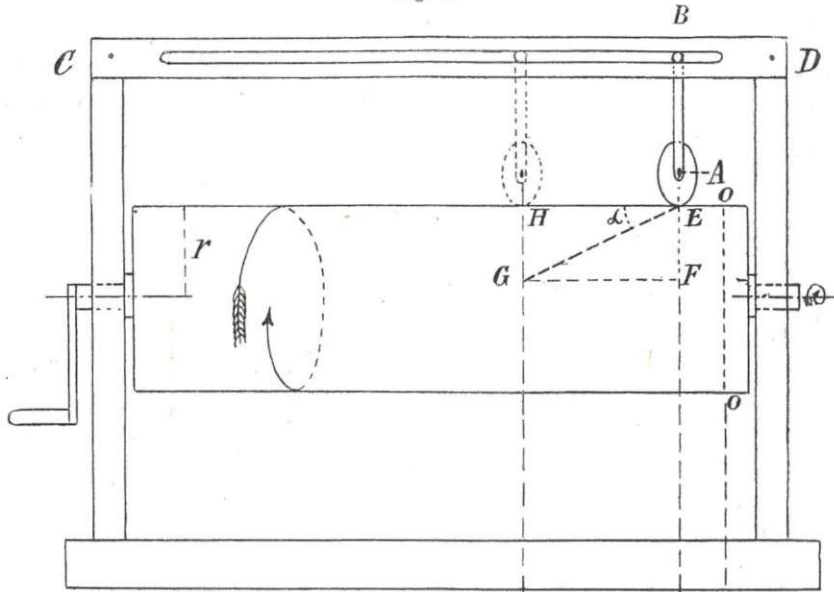


Fig. 2.

Si enfin l'angle α est variable, le point de contact de la roulette décrira sur le cylindre une courbe quelconque, dont eg représente le développement (fig. 3) : et comme pour une rotation élémentaire $d\omega$, α peut être considéré comme constant :

$$dY = \frac{rd\omega}{\operatorname{tg} \alpha},$$

d'où en intégrant entre $\omega = 0$ et $\omega = \omega$:

$$Y - Y_0 = \int_{\omega=0}^{\omega=\omega} \frac{rd\omega}{\operatorname{tg} \alpha} \dots \dots \dots (a)$$

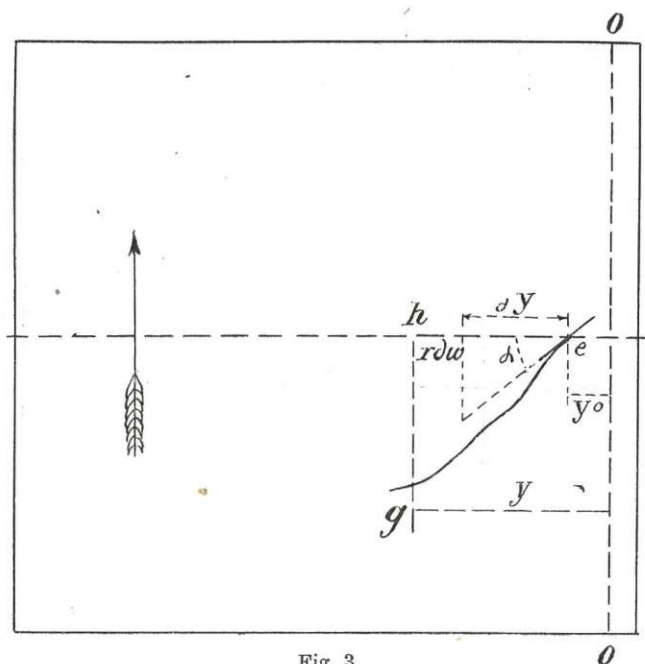


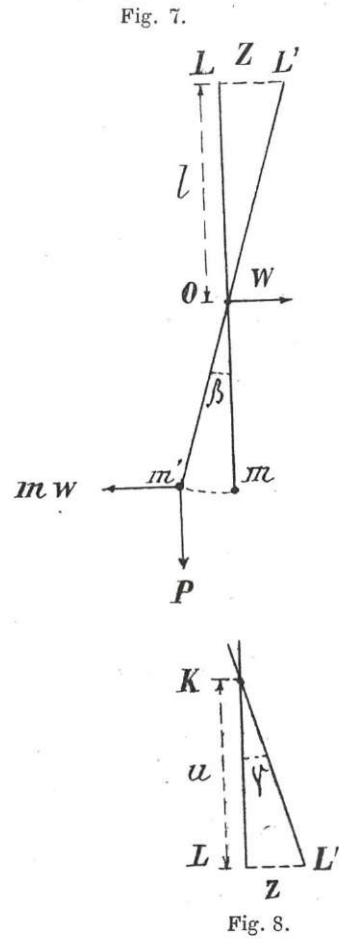
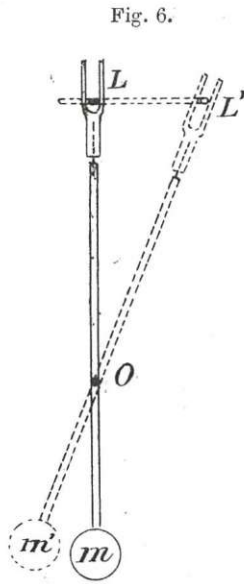
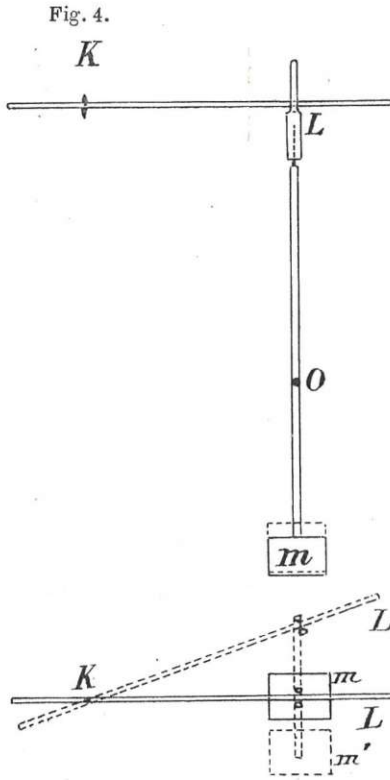
Fig. 3.

II. — Rôle du pendule d'inertie de Desdouts.

Le pendule de l'ergomètre oscillant autour de l'axe O, entraîne une règle KL (fig. 4, 5 et 6), qui peut pivoter autour d'un point fixe K.

Nous admettrons que toutes les masses oscillantes sont concentrées dans le point matériel m (fig. 7 et 8), de masse m et de poids p et que tous les éléments de ces masses (tige du pendule, règle KL, etc.), sont ramenés à leurs axes.

Supposons maintenant (fig. 7) que le mobile, qui dans l'espèce est le train lui-même, auquel le pendule est relié par le point O , soit soumis à l'accélération W ; les frottements en O étant négligeables, le point m sera sollicité par une force d'inertie égale à mW , dirigée en sens contraire de l'accélération W ; sous l'action de cette force et de la pesanteur le pendule prendra une position d'équilibre Om' faisant avec sa position initiale Om un angle β .



Les conditions d'équilibre du point matériel m' autour du point O donneront la relation :

$$mW \cdot Om' \cos \beta = P \cdot Om' \sin \beta,$$

d'où

$$W = g \operatorname{tg} \beta \quad \text{ou} \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{W}{g}$$

Ceci admis, désignons par l la distance OL du point d'oscillation du pendule au plan d'oscillation de la règle KL, et par Z le déplacement LL' du point L, dans ce plan, sous l'action de la déviation β de l'axe vertical du pendule; nous aurons :

$$Z = l \operatorname{tg} \beta = \frac{lW}{g} \dots \dots \dots (b)$$

La figure 8, qui représente la règle KL en plan, montre qu'en passant de L en L' le pendule a fait dévier la règle d'un angle γ et si nous appelons u la distance KL entre le pivot K et le point L où le pendule attaque la règle *quand il est perpendiculaire au plan d'oscillation de celle-ci*, nous pourrions écrire :

$$Z = u \operatorname{tg} \gamma \dots \dots \dots (c)$$

Ce qui donne, en combinant les équations (b) et (c) :

$$l \frac{W}{g} = u \operatorname{tg} \gamma$$

et

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{l}{u} \cdot \frac{W}{g} \dots \dots \dots (d)$$

La règle KL — que désormais nous appellerons la *directrice* — est maintenue constamment parallèle au plan de rotation de la roulette par un dispositif dont nous parlerons plus loin.

Il résulte de là que si, par construction, la directrice KL' est normale aux génératrices GG' du cylindre *lorsque le pendule est perpendiculaire au plan d'oscillation de cette directrice*, l'angle γ sera à chaque instant égal au complément de l'angle α que fait le plan de rotation de la roulette R avec les génératrices du cylindre (fig. 8bis). On aura donc :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma}$$

ou d'après (d) :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{ug}{lW}$$

En remplaçant $\operatorname{tg} \alpha$ par cette valeur dans l'équation (a), celle-ci deviendra :

$$Y - Y_0 = \int_{\omega=0}^{\omega=\omega} \frac{rd\omega lW}{ug} = \frac{l}{u} \int_{\omega=0}^{\omega=\omega} \frac{W}{g} rd\omega. \dots \dots (e)$$

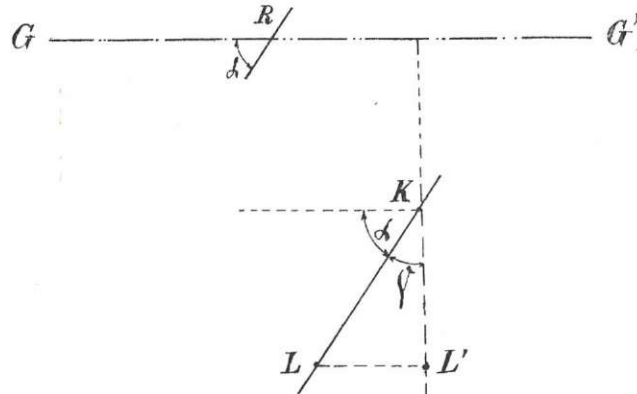
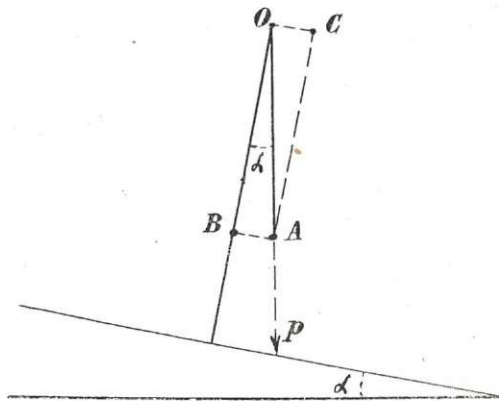


Fig. Sbis.

Il est essentiel de noter que, pendant la marche, l'inclinaison du profil est sans action sur la position du pendule (1).

C'est ce que Desdouts a exprimé, avec sa concision et sa clarté ordinaires, en disant (2) : « Il importe de remarquer que les indications du dynamomètre d'inertie sont indépendantes de l'inclinaison de la voie et expriment toujours la résultante »

(1) Il est très facile de le faire voir. Supposons, en effet, que le wagon qui porte le pendule se trouve au repos sur une pente faisant un angle α avec l'horizon. Le pendule prendra la direction de la verticale OA et la force qui le sollicite dans cette direction pourra se décomposer en deux : $OB = p \cos \alpha$ et $OC = p \sin \alpha$. Si on suppose maintenant que le wagon, obéissant à la gravité, se déplace librement sur la pente, son mouvement sera sans effet sur la composante OB, mais il fera naître dans le pendule une réaction d'inertie AB égale et de signe contraire à OC. Le pendule restant soumis à la seule action de la composante OB prendra donc la direction de cette force.



(2) *Revue générale des chemins de fer*, 1883, p. 222 (note), et *Bulletin du Congrès des chemins de fer*, septembre 1905, p. 2563.

« tante des efforts moteurs et résistants du train, abstraction faite de l'action éventuelle de la pesanteur. En effet, la composante statique introduite par la gravité est identiquement détruite en marche par sa composante d'inertie. »

Par conséquent, si nous appelons F la résultante des efforts moteurs et résistants — abstraction faite de la gravité — rapportés à une tonne de train, l'accélération W , marquée par le pendule, sera donnée par la formule :

$$W = \frac{Fg}{1,000},$$

tandis que l'accélération réelle W' du train, qui est soumis non seulement à l'action de la force F mais encore à celle de la gravité, sera :

$$W' = \frac{g}{1,000} (F \pm i).$$

i étant l'inclinaison de la voie en millimètres par mètre.

De cette remarque capitale il résulte qu'il faudra considérer l'accélération W dans tous les cas où l'on aura en vue les efforts moteurs et résistants, par exemple, dans le calcul du travail de la vapeur, dans la recherche de la résistance au roulement des trains, dans l'étude de l'efficacité d'un frein, etc., mais que l'on devra recourir à l'accélération W' chaque fois qu'il s'agira d'apprécier les variations de la vitesse.

III. — Détermination du travail des efforts moteurs et résistants au moyen de l'ergomètre d'inertie.

Reprenons l'équation générale (d) :

$$Y - Y_0 = \frac{l}{u} \int_{\omega=0}^{\omega=\omega} \frac{W}{g} r d\omega.$$

Le cylindre contre lequel s'appuie la roulette est relié à l'un des essieux du wagon, de telle sorte que les arcs $r\omega$ sont proportionnels aux chemins E parcourus par ce véhicule.

Si l'on pose :

$$r\omega = nE,$$

ce qui donne

$$rd\omega = ndE,$$

il vient, en remplaçant dans l'équation ci-dessus, W par $\frac{Fg}{1,000}$ et $rd\omega$ par ndE .

$$Y - Y_0 = \frac{l}{u} \int_0^E \frac{F}{1,000} ndE = \frac{nl}{1,000u} \int_0^E FdE,$$

d'où

$$\int_0^E FdE = \frac{1,000u}{nl} (Y - Y_0)$$

et

$$\int_0^E FdE = 1,000C (Y - Y_0). \quad \dots \dots \dots (f)$$

en posant

$$\frac{u}{nl} = C. \quad \dots \dots \dots (g)$$

Cette relation conduit à la conclusion fondamentale suivante :

Quelle que soit la loi de variation de F, le travail de cette force ou de cette résistance, pendant que le train parcourt l'espace E, est mesuré par le déplacement $Y - Y_0$ de la roulette de l'ergomètre parallèlement aux génératrices du cylindre.

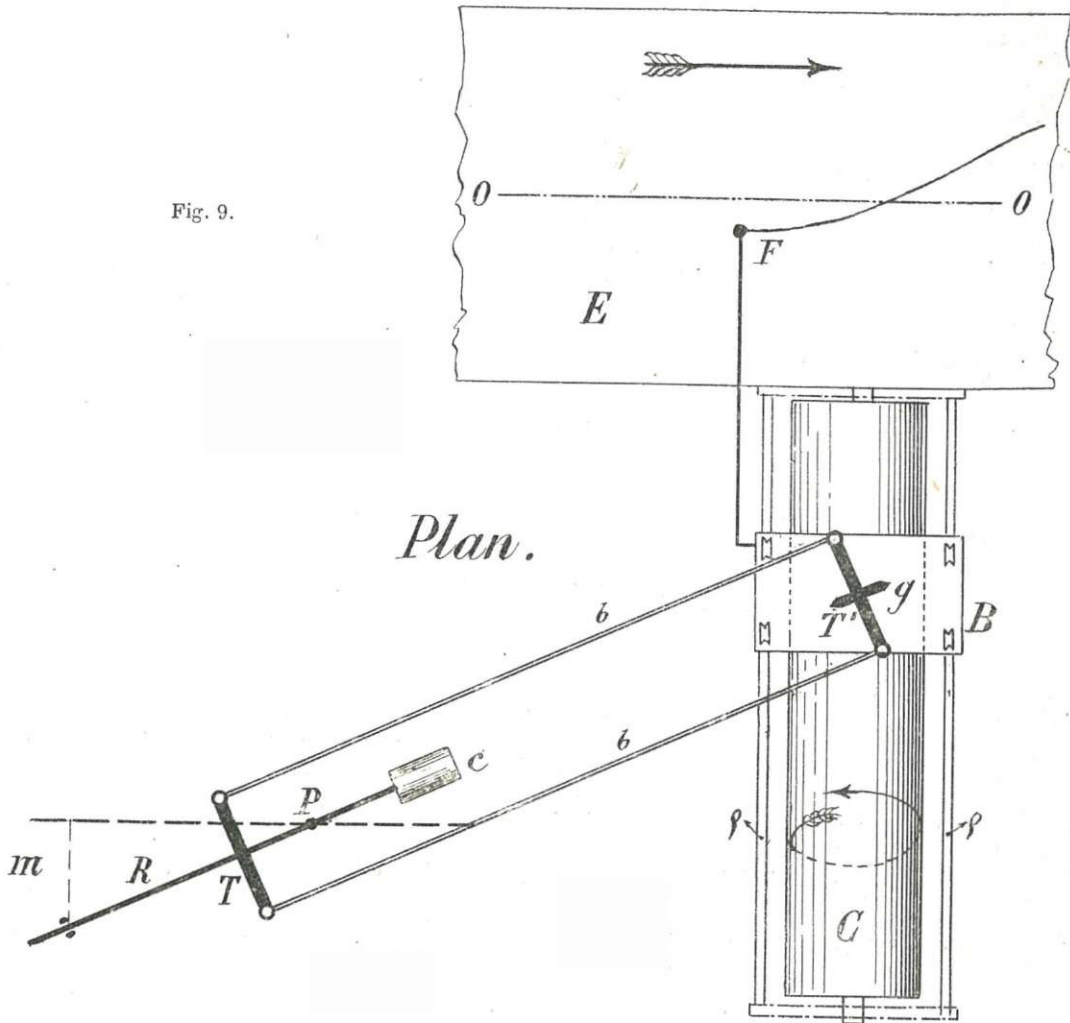
Les unités adoptées dans la formulé (f) sont le kilogramme et le mètre. Mais dans la pratique il est plus commode de mesurer les déplacements de la roulette en millimètres. La formule devient alors

$$\int_0^E FdE = C (Y - Y_0) \quad \dots \dots \dots (h)$$

dans laquelle il est évident que C exprime le nombre de kilogrammètres correspondant à 1 millimètre d'ordonnée.

Dans le wagon-dynamomètre de l'État belge, la roulette est reliée à une plume qui en reporte les déplacements sur le papier des appareils Amsler. Or, comme ce papier se déplace perpendiculairement aux génératrices du cylindre de l'ergomètre, la plume trace une courbe dont les ordonnées, prises par rapport à une ligne des zéros choisie arbitrairement, donne la valeur de $(Y - Y_0)$ entre deux points quelconques et par conséquent le travail de la force F entre ces deux points.

Fig. 9.



Plan.

Elevation

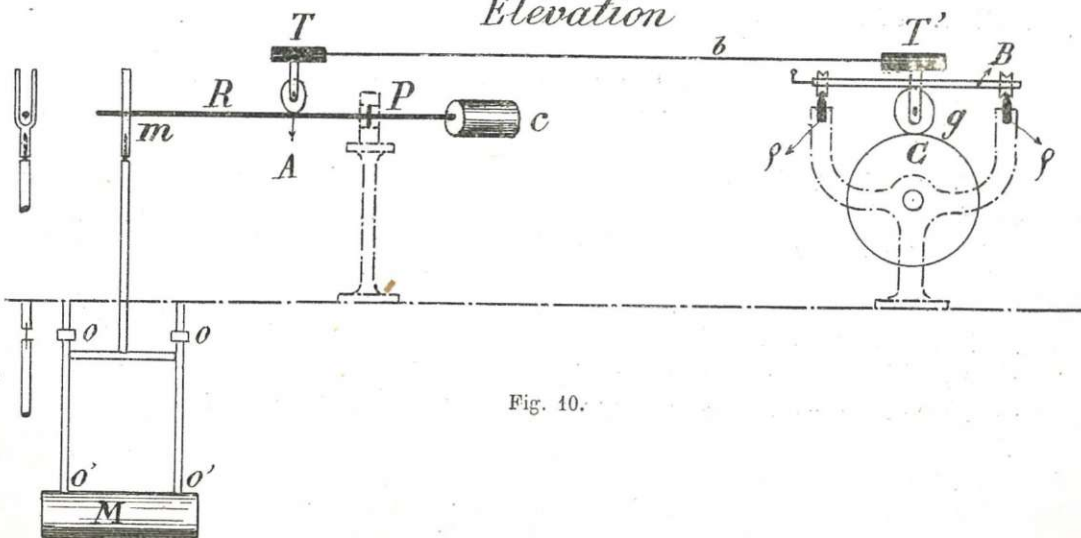


Fig. 10.

IV. — Description de l'ergomètre d'inertie.

Le moment est venu de décrire les dispositions de l'ergomètre d'inertie qui est représenté dans les figures schématiques 9 et 10 en plan et en élévation. La masse pendulaire M, suspendue par les deux tiges OO' et les deux lames flexibles O, O à un solide support faisant corps avec le wagon, oscille autour de OO : une tige qui se prolonge vers le haut attaque en m la directrice R. Celle-ci s'engage dans une fourche qui termine en m la tige du pendule et reçoit donc son mouvement avec un frottement insignifiant.

Sur la directrice chemine un chariot A auquel est fixée une traverse T qui, par construction, est perpendiculaire à la règle. Un petit contrepoids C, fixé à l'extrémité de la règle, équilibre le chariot A dans sa position moyenne.

La roulette g, qui s'appuie sur le cylindre C, est reliée par un pivot au chariot B qui circule sur deux rails ρ parallèles à l'axe du cylindre; elle est ainsi assujettie à rester constamment sur la génératrice supérieure de celui-ci. Sur ce pivot est calée une traverse T' perpendiculairement au plan de rotation de la roulette. Il est visible que pour assurer le parallélisme de la roulette et de la directrice il suffit que les traverses T et T' restent parallèles. Ce résultat est atteint très simplement en réunissant leurs extrémités par des biellettes et en formant ainsi un parallélogramme articulé qui assure le parallélisme cherché (1).

La plume F est reliée au chariot B et trace sur le papier E des appareils Amsler une courbe dont les ordonnées donnent, ainsi que nous l'avons vu plus haut, les valeurs de $Y - Y_0$. La position du pivot P, autour duquel tourne la directrice, peut être fixée, d'une manière rigoureuse, au moyen d'un dispositif de réglage dont nous parlerons plus loin (2).

V. — Détermination de la résistance au roulement d'un train complet, locomotive et tender compris.

L'ergomètre d'inertie fournit un moyen très simple de déterminer exactement cette résistance : il suffit pour cela de fermer le régulateur de la locomotive sur une distance quelconque E.

Appelons V et V' les vitesses, Y et Y' les ordonnées de la courbe, au commencement et à la fin de la fermeture, et R la résistance du train entier pendant cette fermeture.

(1) Abdank n'était pas arrivé, pour maintenir le parallélisme de la directrice et du plan de rotation de la roulette, à une disposition aussi simple que celle décrite ci-dessus. Cette élégante solution du problème est due à M^r Coradi, le grand constructeur d'instruments de précision de Zurich.

(2) L'appareil a été construit avec le plus grand soin par M^r Grieten, constructeur à Bruxelles, qui tout en lui donnant la robustesse nécessaire à un outil de chemin de fer en a fait un véritable instrument de précision.

Le travail de la résistance R aura pour expression :

$$\int_0^E R dE = C (Y - Y_0),$$

et si R est la résistance moyenne

$$RE = C (Y - Y_0),$$

d'où

$$R = \frac{C}{E} (Y - Y_0).$$

La résistance moyenne R correspond naturellement à la vitesse moyenne $\frac{V + V'}{2}$ pendant la fermeture.

Dans un voyage d'essai on peut donc calculer la résistance au roulement du train chaque fois que l'on ferme le régulateur. Si l'on a soin de multiplier ces fermetures autant que le permet l'horaire et de les faire à des vitesses aussi variées que possible on disposera, à la fin du voyage, de données suffisantes pour déterminer la *loi des résistances propres au train le jour même où l'essai a été effectué*.

Pour établir graphiquement cette loi il suffira de porter en abscisses les vitesses moyennes observées à chaque fermeture, en ordonnées les résistances moyennes correspondantes et de joindre par des droites les extrémités des ordonnées (fig. 11).

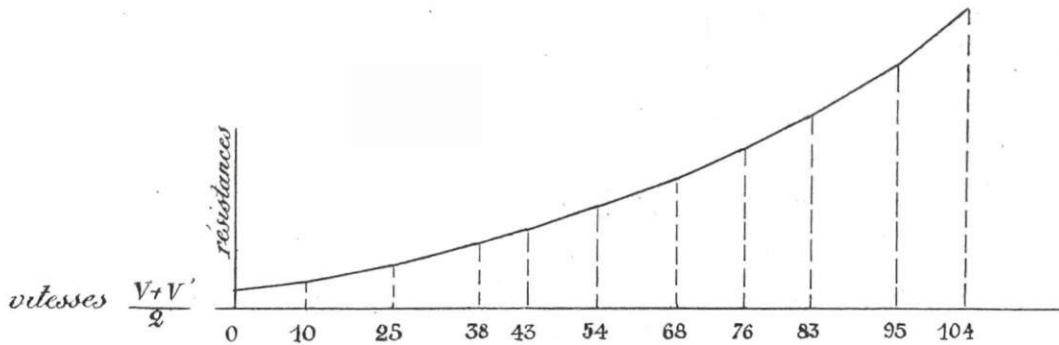


Fig. 11.

Cette méthode comporte, à la vérité, une légère erreur puisqu'elle suppose que la loi de la résistance est une ligne droite entre les vitesses pour lesquelles il a été possible de faire des observations : mais malgré cela il est hors de doute que son exactitude est bien supérieure à celle des anciens procédés qui prennent la loi des

résistances dans des formules établies par des expériences complètement étrangères à l'essai, expériences dans lesquelles les circonstances atmosphériques, les types de matériel, l'état d'entretien de celui-ci, la manière dont les observations ont été faites, etc., ont pu différer du tout au tout des conditions de l'essai actuel.

Nous pensons que *la grande supériorité de nos méthodes est précisément de prendre directement dans l'essai même tous les éléments nécessaires à l'établissement des résultats cherchés.*

La loi des résistances étant connue, la détermination de leur travail sur un parcours effectué à régulateur ouvert devient très aisée. Pour bien fixer les idées, supposons qu'il s'agisse de calculer ce travail pour le parcours AB (fig. 12).

Sur les diagrammes fournis par le wagon-dynamomètre, on note la vitesse en un certain nombre de points intermédiaires *a, b, c, etc.* (en pratique, nous relevons la vitesse tous les 2 kilomètres). Puis, en chacun de ces points, on élève sur AB une perpendiculaire dont la longueur est proportionnelle à la résistance correspondante à la vitesse en ce point. On joint ensuite les extrémités des perpendiculaires et on obtient ainsi une série de trapèzes 1, 2, 3, etc., dont la somme des aires est proportionnelle au travail des résistances sur le parcours AB. En fait, il est inutile de tracer le diagramme que nous n'avons figuré que pour la clarté de la démonstration. Il suffit de déterminer la résistance moyenne afférente à chaque trapèze, en prenant la moyenne des résistances en A et *a*, en *a* et *b*, en *b* et *c*, etc., et de multiplier la somme de toutes ces résistances moyennes par 2,000 (si l'écartement des points choisis est de 2 kilomètres) pour avoir en kilogrammètres le travail des résistances sur le parcours AB.

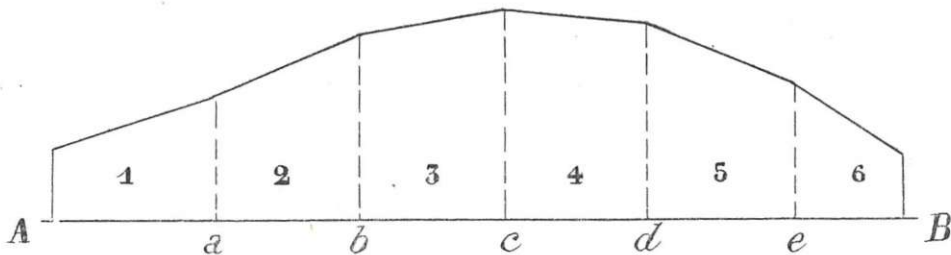


Fig. 12

VI. — Détermination du travail total de la vapeur au cylindre.

Nous avons dit plus haut que *F* est la résultante des efforts moteurs et résistants — abstraction faite de la gravité — qui agissent sur une tonne de train.

Le travail de cette force sur une section de longueur *E* est fourni par la relation

$$\int_0^E F dE = C (Y - Y_0).$$

Pour en connaître la valeur, il suffit donc de mesurer, au commencement et à la fin du parcours considéré, les ordonnées Y_0 et Y par rapport à une ligne de zéros arbitraire, et d'en multiplier la différence $Y - Y_0$ par la constante C .

$T_F = C (Y - Y_0)$ étant le travail de la force F et T_R le travail des résistances établi comme il est indiqué plus haut, le travail total T au cylindre aura pour expression

$$T = T_F + T_R.$$

Remarquons en passant que cette méthode fournit un moyen très commode d'étudier l'efficacité d'un moteur à des vitesses considérées comme intéressantes.

Supposons, par exemple, que l'on veuille se rendre compte de l'efficacité d'une locomotive marchant à la vitesse de 100 à 110 kilomètres pour une position déterminée des organes de la distribution.

On lancera le train à une vitesse comprise entre 100 et 110 kilomètres et on fermera le régulateur pendant quelques instants, puis on le rouvrira en donnant à la distribution la position que l'on veut étudier ; on parcourra ainsi un certain espace après lequel on fermera de nouveau le régulateur.

Pendant les diverses phases de cette expérience, la plume de l'ergomètre aura tracé une courbe du genre de celle représentée figure 13, la partie ab correspondant à la première fermeture du régulateur, la partie cd à la deuxième fermeture et la partie bc à la marche à régulateur ouvert au cran de détente à étudier.

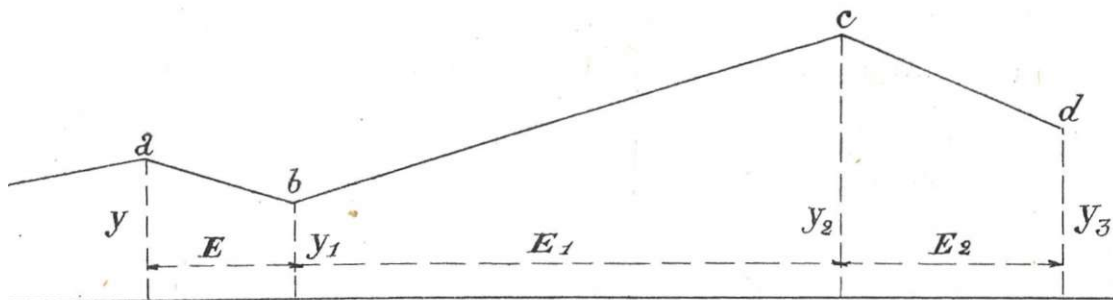


Fig. 13.

Au moyen des deux fermetures, on déterminera la résistance du train au commencement et à la fin de l'expérience. Ces deux résistances ont pour valeurs :

$$R = C \frac{Y_1 - Y}{E} \quad \text{et} \quad R' = C \frac{Y_3 - Y_2}{E_2}.$$

On admettra que la résistance moyenne de b en c est égale à $\frac{R + R'}{2}$.

Le travail T_R de cette résistance sera :

$$T_R = \frac{R + R'}{2} E_1.$$

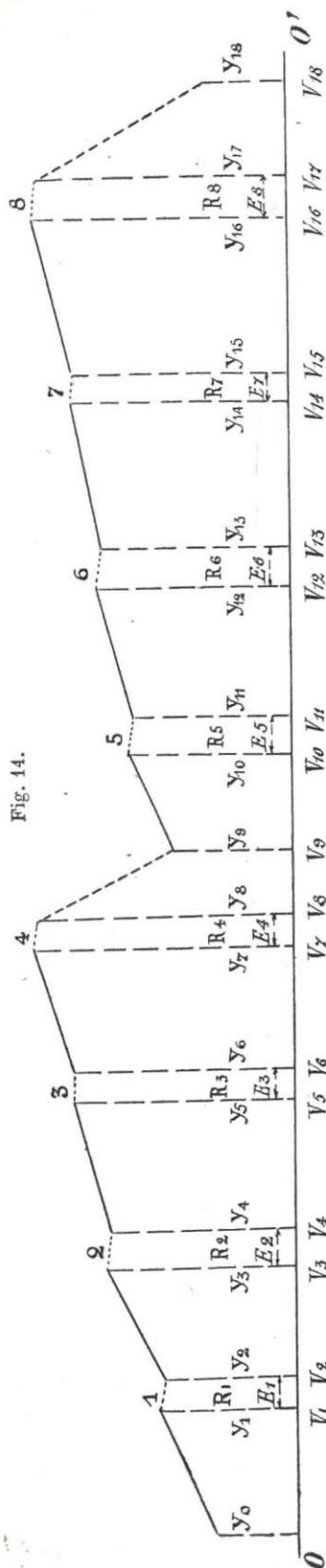


Fig. 14.

Le travail de la force F, pendant le parcours *bc*, étant

$$T_F = C (Y_2 - Y_1),$$

le travail total au cylindre sera donné par :

$$T = T_F + T_R = C (Y_2 - Y_1) + \frac{R + R'}{2} E_1 \quad (1).$$

En répétant cette expérience pour différentes positions de la distribution, on pourra en déduire des données intéressantes sur la plus favorable d'entre elles à la vitesse expérimentée.

Considérons maintenant l'ensemble d'un voyage d'essai. L'allure générale du diagramme, tracé par la plume de l'ergomètre, sera représentée par la figure 14.

Les traits pleins correspondent à la marche à régulateur ouvert, les traits pointillés à la marche à régulateur fermé et les traits interrompus aux freinages.

Voyons comment ce diagramme devra être dépouillé.

Les ordonnées $Y_0, Y_1, Y_2, Y_3, \dots$, etc., étant tracées par rapport à une ligne des zéros $O'O'$ quelconque, on relève les vitesses $V_1, V_2, V_3, V_4, \dots$, etc., au commen-

(1) Si l'on connaissait les vitesses V, V_1, V_2, V_3 aux points *a, b, c, d*, on aurait (en supposant, pour plus de simplicité, que la voie est en palier) :

$$R = \frac{m (V_1^2 - V^2)}{2E}, \quad R' = \frac{m (V_3^2 - V_2^2)}{2F_2} \quad \text{et} \quad T_F = \frac{m (V_2^2 - V_1^2)}{2}$$

Le travail total T aurait donc pour expression :

$$T = \frac{m (V_2^2 - V_1^2)}{2} + \frac{R + R'}{2} E_1.$$

On serait tenté de croire, à première vue, que l'invention de l'ergomètre ne répond pas à un besoin réel, puisque le travail total est donné par la formule très simple ci-dessus. Malheureusement, il n'existe aucun tachymètre permettant de mesurer la vitesse avec une véritable précision, surtout aux allures rapides. Or, la moindre erreur dans la lecture de V, V_1, V_2, V_3 , introduit erronément dans le calcul des quantités de kilogrammètres qui rendent illusoire l'exactitude des formules ci-dessus. Celles-ci nous ont donné tant de déboires dans nos recherches dynamométriques, elles nous ont toujours conduit à des erreurs si graves, que nous considérons comme un avantage fondamental le fait d'en avoir écarté l'emploi de nos calculs.

cement et à la fin de chaque fermeture du régulateur; puis on calcule la résistance moyenne pour chaque fermeture.

Exemple : la résistance moyenne R_1 , pendant la première fermeture, est donnée par $R_1 = C \frac{Y_2 - Y_1}{E_1}$ et correspond à la vitesse $\frac{V_1 + V_2}{2}$.

Procédant ensuite comme nous l'avons indiqué plus haut, on établit :

1° Le graphique donnant la loi des résistances au roulement *qui ont affecté le train d'essai*;

2° Pour chaque section parcourue à régulateur ouvert, le diagramme des trapèzes dont la somme des aires donne le travail des résistances T_R .

3° Le travail des forces F , pendant chacune de ces marches à régulateur ouvert, en écrivant :

$$T_{F_1} = C (Y_1 - Y_0),$$

$$T_{F_2} = C (Y_3 - Y_2),$$

$$T_{F_3} = C (Y_5 - Y_4),$$

∴ etc. ∴

Le travail total, sur chaque section, sera donné par les relations :

$$T_1 = T_{F_1} + T_{R_1},$$

$$T_2 = T_{F_2} + T_{R_2},$$

∴ etc. ∴

dont la somme $T = \Sigma (T_F + T_R)$ représentera le travail total de la vapeur pour tout le voyage. Ces opérations sont très simples et, avec un peu d'habitude, on arrive à les exécuter avec une grande rapidité.

VII. — Mesure de la résistance au roulement du matériel.

Soit :

p , le poids du matériel remorqué en tonnes ;

r , sa résistance au roulement par tonne ;

$E - E_0$, le parcours considéré ;

V et V_0 , la vitesse au commencement et à la fin de ce parcours ;

H , la différence de hauteur en mètres des deux extrémités du parcours $E - E_0$;

et par suite $\frac{1,000p}{g} \frac{V^2 - V_0^2}{2}$, le travail de l'accélération ;

et $\pm 1,000pH$, le travail de la gravité.

Le totalisateur du wagon-dynamomètre, qui enregistre le travail T_c développé au crochet de traction, y compris le travail de la gravité, donnera pour le parcours $E - E_0$ effectué à régulateur ouvert :

$$T_c = pr (E - E_0) + \frac{1,000p}{g} \frac{V^2 - V_0^2}{2} \pm 1,000pH.$$

Le travail par tonne t_c développé au crochet sera donc :

$$\frac{T_c}{p} = t_c = r (E - E_0) + \frac{1,000}{g} \frac{V_2 - V_0^2}{2} \pm 1,000H,$$

d'où

$$r = \frac{t_c - \frac{1,000}{g} \frac{V_2 - V_0^2}{2} \pm 1,000H}{E - E_0}.$$

Ici encore nous sommes dispensés de recourir à la formule

$$\frac{m (V^2 - V_0^2)}{2}$$

parce que l'ergomètre nous donne directement la valeur de

$$\frac{1,000}{g} \frac{V_2 - V_0^2}{2} \pm 1,000H.$$

En effet, nous avons montré plus haut que l'accélération réelle W' du train est donnée par la relation

$$W' = \frac{dv}{dt} = \frac{g}{1,000} (F \mp i),$$

— i en rampe de i millimètres par mètre.

+ i en pente de i millimètres par mètre.

Or

$$v dt = dE,$$

d'où

$$dt = \frac{dE}{v}.$$

En remplaçant dans la valeur de W' il vient

$$W' = \frac{v dv}{dE} = \frac{g}{1,000} (F \mp i)$$

et

$$v dv = \frac{g}{1,000} (F dE \mp i dE),$$

ce qui donne, en intégrant entre V et V_0 ,

$$\frac{V^2 - V_0^2}{2} = \frac{g}{1,000} \left[\int_{E_0}^{E_2} F dE \mp \int_{E_0}^{E_2} i dE \right].$$

Or, nous avons vu que :

$$\int_{E_0}^{E_2} F dE = C (Y - Y_0),$$

Y et Y_0 étant les ordonnées, au commencement et à la fin du parcours $E - E_0$.

D'autre part $\int_{E_0}^E idE$ est égal à 1,000H,

on obtient donc :

$$\frac{V^2 - V_0^2}{2} = \frac{g}{1,000} [C(Y - Y_0) \mp 1,000H],$$

d'où

$$\frac{1,000}{g} \frac{V^2 - V_0^2}{2} \pm 1,000H = C(Y - Y_0)$$

et enfin, en remplaçant dans la valeur de r ci-dessus :

$$r = \frac{t_c - C(Y - Y_0)}{E - E_0} \dots \dots \dots (4)$$

On voit combien il est facile et rapide de déterminer la résistance au roulement du matériel sur une section quelconque. Avec un peu d'exercice on arrive à faire cette détermination très exactement en cours de route.

Si on prend la précaution de choisir les parcours d'observation $E - E_0$ de manière que les vitesses moyennes y soient les plus variées possibles, on disposera, à la fin du voyage, d'éléments suffisants pour établir la loi des résistances au roulement du matériel qui ont affecté *le train le jour même où l'essai a été fait*.

Nous croyons devoir insister sur le fait que la résistance r au roulement du matériel est obtenue en combinant les données du totalisateur de travail au crochet de traction avec celles de l'ergomètre d'inertie, tandis que la résistance R du train entier est mesurée directement par ce dernier appareil seul pendant les marches à régulateur fermé.

Or, bien que R et r ne soient pas dans un rapport rigoureusement constant, il existe forcément entre ces deux quantités, certaines relations pouvant fournir d'utiles éléments de contrôle. C'est ainsi que R est toujours plus grand que r ; que R et r augmentent ou diminuent en même temps; que la différence $R - r$ ne doit pas être exagérée. Si ces conditions sont remplies, cela signifie qu'il y a concordance entre le fonctionnement de l'ergomètre et celui du totalisateur de travail; et comme ces appareils sont absolument indépendants l'un de l'autre, leur concordance implique que l'un et l'autre fonctionnent correctement. Cette conclusion a un caractère de certitude sinon absolu au moins bien supérieur à celui qu'on demande ordinairement à des recherches de ce genre. Nous pensons que le caractère le plus précieux de nos méthodes réside dans le fait que nos différents appareils de mesure se contrôlent réciproquement d'une manière constante, de telle sorte que la plus légère inexactitude est signalée lors du dépouillement des diagrammes par des erreurs qui ne peuvent passer inaperçues.

VIII. — Mesure de l'effet utile des freins.

Nous allons faire voir que l'ergomètre d'inertie permet d'analyser un essai de frein dans tous ses détails et de déterminer, non seulement quel est le frein qui donne les arrêts les plus courts, mais encore quel est celui dont l'action est la plus efficace dès le commencement du freinage. Cet élément d'appréciation capital échappe complètement aux méthodes d'investigation actuelles.

Celles-ci ne donnent, en effet, que l'efficacité moyenne d'un frein, alors que la nôtre permet d'établir la courbe de l'effet utile.

Soit :

ψ , l'effort retardateur d'un frein par tonne de train, effort qui varie, à chaque instant du freinage, avec la vitesse ;

R, la résistance au roulement par tonne de train ;

F, la résultante des efforts moteurs et résistants, non compris la gravité, par tonne de train.

On aura

$$F = \psi + R.$$

Le travail négatif T_F dû à l'action du frein et à la résistance au roulement a pour expression :

$$T_F = \int_{E_0}^E F dE = C (Y - Y_0).$$

Dans le cas qui nous occupe, les forces F étant très grandes, le diagramme donné par l'ergomètre sera fortement incliné et se présentera sous la forme de la figure 15.

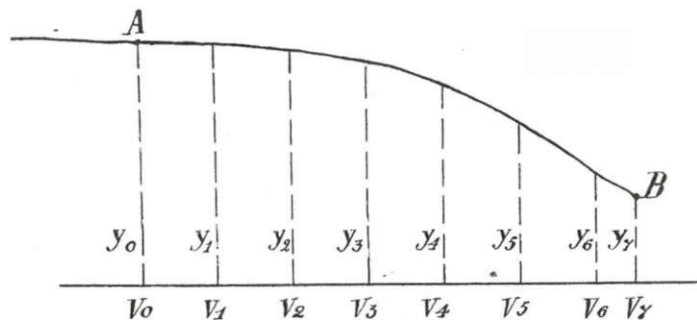


Fig. 15.

Supposons que le point A corresponde à la manœuvre du frein (le coup de robinet dans les freins à air comprimé) et traçons les ordonnées Y_0, Y_1, Y_2, \dots , etc., à des intervalles proportionnels à des déplacements du train égaux à 40 mètres, par

exemple. Le travail du freinage et de la résistance au roulement pour chacun de ces intervalles sera :

$$\begin{aligned} T_{F_1} &= C (Y_1 - Y_0), \\ T_{F_2} &= C (Y_2 - Y_1), \\ T_{F_3} &= C (Y_3 - Y_2), \\ &\vdots \text{ etc. } \vdots \end{aligned}$$

et les efforts retardateurs moyens correspondants seront :

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{C (Y_1 - Y_0)}{10} - R_1; \\ \psi_2 &= \frac{C (Y_2 - Y_1)}{10} - R_2; \\ \psi_3 &= \frac{C (Y_3 - Y_2)}{10} - R_3, \\ &\vdots \text{ etc. } \vdots \end{aligned}$$

Le diagramme permet de déterminer très facilement et très exactement la diminution de vitesse obtenue pendant chaque intervalle, car on a :

$$\frac{V_1^2 - V_0^2}{2} = \frac{g}{1,000} [C (Y_1 - Y_0) \mp 1,000H_1],$$

d'où

$$V_1 = \sqrt{V_0^2 + \frac{2g}{1,000} [C (Y_1 - Y_0) \mp 1,000H_1]}.$$

On aurait de même :

$$V_2 = \sqrt{V_0^2 + \frac{2g}{1,000} [C (Y_2 - Y_0) \mp 1,000H_2]},$$

et ainsi de suite.

La vitesse initiale du freinage V_0 peut être relevée sur le graphique du papier Amsler ou plus exactement encore déduite du diagramme ci-dessus.

En effet, H étant la différence de niveau entre A et B et la vitesse au point B étant nulle, on a :

$$\frac{-V_0^2}{2} = \frac{g}{1,000} [C (Y_6 - Y_0) \mp 1,000H],$$

ou

$$V_0 = \sqrt{\frac{2g}{1,000} [C (Y_0 - Y_6) \pm 1,000H]}.$$

Il résulte de ce qui précède que pour comparer deux freins, il suffit de superposer

la directrice rigoureusement perpendiculaire aux génératrices du cylindre, quand l'axe du pendule est normal au plan d'oscillation de cette directrice.

Mais, dans l'ergomètre, les erreurs s'intègrent aussi bien que les forces, de telle sorte que la plus petite inexactitude acquiert, à la fin d'un voyage, une valeur notable et s'inscrit par une quantité qui ne peut passer inaperçue.

Cette inexactitude est facile à déterminer et peut être corrigée avec la plus grande précision au moyen d'un dispositif de réglage très simple. Celui-ci se compose d'un chariot qui porte le pivot de la directrice et peut se déplacer, entre deux glissières, parallèlement aux génératrices du cylindre; les déplacements du chariot et par suite du pivot sont obtenus au moyen d'une vis micrométrique et peuvent être réglés au centième de millimètre.

Pour calculer la valeur de l'erreur dans la position du pivot (fig. 16), appelons : A, la projection de l'axe du pendule perpendiculaire au plan d'oscillation de la directrice; K, le pivot de la directrice; BC, la génératrice supérieure du cylindre supposé développé.

Pour la position considérée du pendule, la roulette devrait être perpendiculaire aux génératrices du cylindre et par conséquent le pivot se trouver en K' sur la perpendiculaire AH à BC.

L'erreur $KK' = \Delta$ qui affecte la position du pivot provoque un surcroît d'inclinaison de la roulette sur la position qu'elle devrait occuper, de telle sorte que pour un déplacement DF des génératrices, le point de contact se déplace erronément de la quantité DG.

Or,

$$DG = EF = DF \operatorname{tg} \delta = DF \frac{\Delta}{u},$$

et nous savons que le déplacement DF, correspondant à un parcours E du train, est égal à nE .

L'erreur, commise sur le parcours E, est donc égale à $\frac{nE}{u} \Delta$ et la différence d'ordonnées $Y - Y_0$ doit être corrigée de cette quantité.

Y et Y_0 étant les ordonnées de la courbe tracée par l'ergomètre, V et V_0 les vitesses au commencement et à la fin du parcours E et H la différence de niveau de ces deux points, on aura :

$$\frac{1,000}{2g} (V^2 - V_0^2) = C \left(Y - Y_0 - \frac{nE}{u} \Delta \right) \mp 1,000H.$$

Si on opère entre deux arrêts du train, V et V_0 sont égaux à 0, et il vient :

$$0 = C \left(Y - Y_0 - \frac{nE}{u} \Delta \right) \mp 1,000H.$$

En parcourant la même section en sens inverse, après avoir viré le wagon-dynamomètre, on aura :

$$0 = C \left(Y' - Y'_0 - \frac{nE}{u} \Delta \right) \pm 1,000H,$$

ce qui donne en combinant les deux équations ci-dessus :

$$0 = C (Y - Y_0 + Y' - Y'_0) - 2C \frac{nE}{u} \Delta,$$

et enfin :

$$\Delta = \frac{u}{2n} \frac{Y - Y_0 + Y' - Y'_0}{E}.$$

Il est donc très simple de déterminer et d'éliminer l'erreur sur la position du pivot de la directrice.

X. — Détermination directe de la constante C.

Si $\Delta = 0$, c'est-à-dire si l'appareil est réglé, l'équation ci-dessus nous donne, entre deux points d'arrêt dont la différence de hauteur est H,

$$C (Y - Y_0) = \pm 1,000H.$$

$$C = \frac{\pm 1,000H}{Y - Y_0}.$$

Nous avons vu au début de cette note que cette constante est égale à $\frac{u}{nl}$. On pourrait donc la calculer en mesurant directement les longueurs u , n et l . Mais il est bien difficile d'effectuer ces mesures avec une précision rigoureuse et le résultat obtenu par le calcul sera toujours bien moins exact que la détermination expérimentale.

XI. — Conclusions.

En terminant cette note, nous croyons utile de résumer les avantages que nous paraissent présenter les méthodes d'essai que nous venons de développer :

1° Tous les éléments nécessaires à l'établissement du résultat cherché sont pris dans l'essai lui-même, sans qu'il faille recourir à des données établies dans des expériences antérieures dont les conditions peuvent différer du tout au tout de celles de l'essai actuel;

2° L'emploi de la formule $m \frac{(V^2 - V_0^2)}{2}$ dont l'exactitude est illusoire en l'absence d'un tachymètre donnant la vitesse avec une véritable précision est complètement écarté;