CHEMINS DE FER.

NOTE

SUR LES

RAILS SAILLANTS A ÉCLISSES BOULONNÉES,

PAR M. CH ANDRIES,

INGÉNIEUR DES PONTS ET CHAUSSÉES.

Parmi les divers modes que l'on a essayés pour maintenir les abouts des rails saillants, l'assemblage par abouts carrés est celui que l'expérience a conduit à adopter exclusivement aujourd'hui pour les nouvelles voies que l'on établit.

Mais s'il est possible d'obtenir, lors de la pose, un affleurement exact des abouts, les flexions que subissent, sous l'action variable des charges, les portées voisines des coussinets d'about, produisent toujours le déversement plus ou moins prononcé de ceux-ci et empêchent que cet effleurement ne persiste lors du passage des roues; de là des chocs, incommodes pour les voyageurs, aussi nuisibles à la voie qu'au matériel roulant, et dont la production est constamment favorisée par la grande facilité avec laquelle, dans le système actuel d'assemblage des abouts, les supports extrêmes s'enfoncent dans le sol.

Ces inconvénients graves subsistent malgré la diminution que l'on a donnée aux portées extrêmes des rails par rapport aux portées intermédiaires; l'on a bien pu par-là, en même temps que l'on plaçait les diverses parties d'un rail dans des conditions d'égale résistance, diminuer la flexion des portées extrêmes et par suite la tendance des coussinets à se déverser et à s'enfoncer dans le sol, mais la cause du mal subsiste avec ses mauvais effets.

Dans ces derniers temps l'attention des ingénieurs s'est fixée sur ce point, et divers moyens ont été imaginés pour parer aux vices des anciens modes d'assemblage.

Ainsi l'on a proposé de serrer les extrémités des rails dans le coussinet d'about par un coin en fonte, plus long que les coins en bois ordinaires, maintenu par une clavette en fer et présentant en coupe la forme exacte du rail. Ce moyen peut rendre l'affleurement meilleur, mais il ne peut être considéré comme un remède absolu : le coin en fonte ne saurait avoir pour effet de réaliser un encastrement complet sur le coussinet d'about, que si l'on réduisait dans une proportion notable les portées voisines des abouts.

Un autre moyen consiste à fortifier le joint d'about des rails saillants par de véritables armatures qui suppléent au rail à l'endroit du joint. Les figures 1 et 2 (Pl. VIII) représentent le mode d'assemblage que l'on se propose d'appliquer sur les chemins de fer belges, avec le rail saillant à tables inégales, de 34 kilogrammes, aujourd'hui adopté : deux éclisses en fer laminé, logées entre la table et le bourrelet inférieur, sont réunies aux extrémités des rails par quatre boulons à écrous et remplacent le rail dans la section qui répond au joint. (Les trous des boulons dans les rails sont légèrement allongés pour permettre la dilatation.)

Ce système peut réaliser en quelque sorte une continuité complète dans une ligne de rails et empêcher ainsi radicalement le non-effleurement des abouts; l'objet de cette note est de faire voir comment, par une répartition des supports bien réglée et par des dimensions convenables données aux armatures, il est possible d'obtenir ce résultat important.

Recherche de la section qui éprouve la plus petite fatigue dans une pièce prismatique encastrée à ses deux extrémités et parcourue par une charge. Valeur de cette fatigue.

L'on peut admettre pour les rails saillants que les tangentes aux courbes de flexion dans les portées intermédiaires restent constamment horizontales sur les supports; de plus, d'après les espacements relatifs des trains et des supports, il n'y a lieu d'avoir égard, en général, qu'à la flexion produite par l'action d'un seul train ([1]).

Considérons, en vue de ces circonstances, une pièce prismatique encastrée horizontalement par ses extrémités en A et A′ et parcourue par une charge dont π soit l'intensité. Soit, fig. 3, AMA′ la courbe à double inflexion qu'affecte la pièce lorsque la charge agit en un point quelconque M.

Désignons par :

ι le moment d'élasticité de la pièce;

d la distance comprise entre les fibres les plus fatiguées et l'axe d'équilibre, pour une section quelconque de la partie AM, dont la distance à la section d'encastrement A soit représentée par l'abcisse x;

μ la fatigue ou le changement de longueur éprouvé par ces fibres pour l'unité de longueur;

a' l'espacement AA′ des supports;

a la distance du point d'application de la charge à la section A.

Entre ces éléments et la charge π existe, pour la partie AM de la pièce, la relation connue,

$$\frac{\iota}{d}\,\mu = \pi\left(\frac{a'-a}{a'}\right)^2\left(a-\frac{2a+a'}{a'}x\right)\ldots(1)$$

et nous allons voir comment elle peut conduire à reconnaître

([1]) Le mémoire de M. Rombaux *Sur la théorie des rails*, inséré au t. VI des *Annales des travaux publics*, fournit sur ces points, comme sur quelques autres que nous avons simplement indiqués, des explications complètes.

parmi toutes les sections de la pièce AA′ celle qui éprouve la plus petite fatigue, ainsi que cette fatigue elle-même.

La loi des variations de la fatigue dans une même section, lorsque la charge π se déplace, est exprimée par la fonction dérivée,

$$\frac{\varepsilon}{d}\left(\frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}a}\right)=\pi\frac{a'-a}{a'}\frac{(a'-3a)(a'-2x)+2a'x}{a'^2};\ldots(2)$$

en la considérant simultanément avec la fonction $\frac{\varepsilon}{d}\mu$, a croissant entre ses valeurs limites $a=x$ et $a=a'$, et fixant notre attention sur toutes les valeurs de a qui annulent la fonction et sa dérivée, il est aisé de se rendre compte des variations de la fatigue dans une section m que nous prendrons sur le tiers extrême AA″ de la pièce.

Pour $a=x$, la fonction a la valeur,

$$\frac{\varepsilon}{d}\mu=-2\pi\left(\frac{a'-x}{a'}\right)^2\frac{x^2}{a'},\ldots(3)$$

et la dérivée est positive; le signe négatif de la fonction indique que, lorsque la charge agit dans la section m, la courbe de flexion tourne en ce point sa concavité vers le haut; la valeur positive de la dérivée montre que la valeur négative de la fatigue croît ou, en d'autres termes, que la fatigue absolue diminue à partir de $a=x$.

Lorsque a passe par la valeur particulière,

$$a=\frac{a'x}{a'-2x},\ldots(4)$$

la fonction s'annule sans que la dérivée cesse d'être positive; la fatigue devient alors nulle par l'inflexion qui se produit en m, et elle change de signe pour des valeurs croissantes de a.

Pour la nouvelle valeur,

$$a=\frac{1}{3}\frac{a'^2}{a'-2x},\ldots(5)$$

la fatigue, de signe positif, est donnée par la relation,

$$\frac{\epsilon}{d}\mu=\frac{4}{27}\pi\frac{(a'-3x)^2}{(a'-2x)^2},\ldots(6)$$

et la dérivée s'annule pour devenir négative au delà ; cette circonstance montre que la fonction $\frac{\epsilon}{d}\mu$ passe par un *maximum* relatif dont la valeur est donnée ci-dessus. Il importe de remarquer que la distance (5), toujours supérieure à celle (4) qui répond à l'inflexion en m, cesse, comme celle-ci, d'être admissible, dès que l'on suppose $x>\frac{a'}{3}$ ou que la section considérée ne serait point comprise dans le tiers extrême AA''.

La distance a augmentant, le signe négatif de la dérivée indique que la fatigue positive décroît continûment, jusqu'à ce que, pour $a=a'$, la fonction et sa dérivée s'annulent simultanément ; la fatigue passe alors par un *minimum* relatif dont la valeur est zéro.

Enfin, en ce qui concerne les fatigues dans la section m, remarquons que, lorsque la charge se meut de A en m, cette section éprouve précisément les fatigues que subit une section m' située symétriquement par rapport à m, la charge se déplaçant de m' en A'. Or, dans la section m', pour laquelle l'on a $x>\frac{a'}{3}$, les valeurs (4) et (5) sont inadmissibles ; la fatigue, négative pour $a=x=\mathrm{A}m'$, et donnée encore par la relation (3), décroît simplement en valeur absolue jusques $a=a'$, comme le montre le signe constamment positif de la dérivée (2), en y supposant a et $x>\frac{a'}{3}$. La fatigue dans la section m, nulle pour $a=o$, prend donc le signe négatif pour des valeurs croissantes de a et augmente en valeur absolue jusques $a=x$.

Les circonstances que nous venons de reconnaître se produisent inversement pour une section quelconque de l'autre tiers extrême A‴A′ de la pièce. En faisant $a = a' - a$ et comptant les abcisses de A′ vers A, toutes les formules précédentes sont applicables.

Dans le tiers milieu A″A‴, ce que nous venons de dire, en considérant la fatigue de la section m' quand la charge se déplace de m' en A′, est entièrement applicable à une section quelconque de l'intervalle A″A‴. La fatigue ne peut être que négative dans toutes les sections et sa plus grande valeur, qui correspond encore au cas où la charge agit dans chaque section, est donnée par la formule (3).

En résumé donc, il se produit dans une section quelconque des tiers AA″, A‴A′ deux fatigues extrêmes : l'une (3), de signe négatif, quand la charge agit dans la section ; l'autre (6), de signe positif et offrant seule le caractère d'un *maximum* géométrique relatif, quand la charge se trouve à la distance particulière (5) pour une section du tiers AA″. Dans la partie milieu A″A‴, les diverses sections éprouvent seulement la première de ces fatigues extrêmes.

Ceci posé, nous pourrons, sans difficultés, déterminer la section qui, entre toutes, éprouve la plus petite fatigue absolue, ainsi que la valeur de cette fatigue.

Reprenons les relations (3) et (6) qui donnent les valeurs des *plus grandes fatigues négatives et positives* dans une section déterminée par l'abcisse x,

$$\frac{\varepsilon}{d}\mu = -2\pi\left(\frac{a'-x}{a'}\right)^2\frac{x^2}{a'}, \ldots (3)$$

$$\frac{\varepsilon}{d}\mu = \frac{4}{27}\pi\frac{(a'-3x)^3}{(a'-2x)^2}, \ldots (6)$$

et rappelons que la seconde ne donne des valeurs utiles que de A en A″. En dérivant chacune de ces fonctions par rapport à x, on trouve,

$$\frac{\varepsilon}{d}\left(\frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}x}\right)=4\pi\frac{x}{a'}\,\frac{a'-2x}{a'}\,\frac{a'-x}{a'},\ldots(7)$$

$$\frac{\varepsilon}{d}\left(\frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}x}\right)=\frac{4}{27}\pi\frac{(a'-3x)^2}{(a'-2x)^3}(6x-5a')\ldots(8).$$

Considérant ensemble les relations (3) et (7), on reconnait que les *plus grandes fatigues négatives*, nulles pour $x=o$ et $x=a'$, croissent de A en A″ et de A' en A‴ et que la valeur absolue *maximum* de ces fatigues répond à la section milieu, $x=\frac{a'}{2}$, pour laquelle la formule (3) donne la valeur connue,

$$\frac{\varepsilon}{d}\mu=-\frac{4}{32}\pi a';\ldots(9),$$

si l'on élève, fig. 4, sur la longueur AA′, des ordonnées proportionnelles aux valeurs absolues de la fatigue donnée par l'équation (3), on pourra tracer la courbe A$\Theta\beta\Theta'$A′, qui montre clairement comment varient, d'une section à l'autre, les *plus grandes fatigues négatives* qui s'y produisent.

Considérant de même les relations (6) et (8), l'on reconnait, d'autre part, que les *plus grandes fatigues positives* décroissent continûment depuis la section $x=o$ jusque $x=\frac{a'}{3}$, où leur valeur est nulle; leur plus grande valeur est donnée, pour $x=o$, par l'expression également connue,

$$\frac{\varepsilon}{d}\mu=\frac{4}{27}\pi a',\ldots(10)$$

et la courbe $\alpha\Theta$ A″ représente encore, avec sa symétrique

$A'''\Theta'x'$, la manière dont les *plus grandes fatigues positives* varient dans les tiers AA'' et $A'''A'$.

Ainsi, les *plus grandes fatigues négatives et positives*, nulles respectivement pour $x=o$ et $x=\frac{a'}{3}$, varient entre ces abcisses en sens contraire ; il doit donc exister une certaine abcisse intermédiaire pour laquelle les valeurs absolues de ces fatigues sont égales et de part et d'autre de laquelle elles vont croissant ; cette abcisse répond à la section de moindre fatigue que nous cherchons et elle s'obtiendra en égalant simplement les seconds membres des équations (3) et (6), abstraction faite du signe négatif ; cela donne,

$$2\pi\left(\frac{a'-x}{a'}\right)^2\frac{x^2}{a'}=\frac{4}{27}\pi\frac{(a'-3x)^3}{(a'-2x)^2}, \ldots (11)$$

équation qui est satisfaite par

$$x = 0,1702\ldots\ldots a',$$

ou sensiblement par

$$x=0,17\ a'\ldots(12).$$

Géométriquement cette section répond, ainsi que celle qui lui est symétrique dans le tiers $A'''A'$, aux points d'intersection Θ et Θ' des courbes de la fig. 4.

Si l'on substitue ensuite dans l'une ou l'autre des équations (3) et (6) la valeur de l'abcisse (12), on obtiendra pour la fatigue correspondante,

$$\frac{\epsilon}{d}\mu=\mp 0,0398\ldots\pi a',$$

ou sensiblement,

$$\frac{\epsilon}{d}\mu=\mp 0,04\ \pi a';\ldots(13)$$

telle est donc, pour les sections de la pièce qui répondent aux points Θ et Θ', la relation qui donne la valeur commune de la *plus grande fatigue négative* et de la *plus grande fatigue positive;* pour toute autre section, l'une ou l'autre de ces fatigues est plus grande que celle qui résulte de l'équation (13). En comparant celle-ci à l'une et à l'autre des formules (9) et (10), l'on voit que la plus grande fatigue qui se produit aux points Θ et Θ' est comprise entre le tiers et le quart des fatigues extrêmes qui ont lieu aux sections d'encastrement et dans la section-milieu.

Les diverses sections d'une pièce prismatique, encastrée à ses deux extrémités et parcourue par une charge, subissent ainsi des fatigues *maxima* très-différentes; la forme d'égale résistance d'une pièce à section rectangulaire répondrait, dans ces circonstances, à un profil tel qu'en chaque point le rapport $\frac{1}{d}$ fût proportionnel aux ordonnées de la ligne brisée $\alpha\Theta\beta\Theta'\alpha'$. L'on voit d'ailleurs par le tracé de cette courbe que de chaque côté des points Θ et Θ' la fatigue absolue croît rapidement.

Application aux rails saillants à éclisses boulonnées.

Les recherches précédentes établissent que la position du joint consolidé des rails saillants, pour qu'il éprouve la plus petite fatigue, doit être telle qu'il existe le rapport de 0,17 à 1 entre sa distance au support voisin et la distance des deux supports qui comprennent le joint. D'autre part, l'on sait que lorsqu'il s'agit des conditions de stabilité des rails, il convient de supposer, pour se rapprocher des faits pratiques, que chacun des supports puisse céder isolément, de telle façon que chaque portion de rail formée de deux portées contiguës puisse fléchir librement.

D'après cela, si l'on considère deux rails successifs, il importe d'abord que le joint cesse de se trouver sur un support, ainsi que cela a lieu dans les modes ordinaires d'assemblage des abouts ; car, ce support ou son voisin cédant, la condition précédente ne saurait être remplie. En plaçant, au contraire, fig. 5, le joint I de deux rails DI, ID′ au milieu de l'espacement des deux supports extrêmes B et B′, il suffit que l'on ait :

$$IB \text{ ou } IB' = 0,17\,(BB' + B'C') \text{ ou } 0,17\,(B'B + BC),$$

pour que, l'un des supports B ou B′ cédant, la fatigue de l'assemblage soit la plus petite possible.

Si nous appliquons cette règle au rail belge de $5^m,10$, en conservant, comme actuellement, cinq supports par rail et adoptant par suite quatre portées intermédiaires, l'on est conduit à la répartition suivante pour les supports. Appelons a_1 la portée qui comprend l'about de deux rails et a_2 la portée voisine, égale à chacune des autres portées intermédiaires, l'on doit poser les deux relations,

$$\frac{1}{2}a_1 = 0,17\,(a_1 + a_2) \text{ ou } a_1 = 0,515\,a_2 \ldots \quad (14)$$

et

$$4a_2 + a_1 = 5^m,10.$$

D'où l'on déduit très-sensiblement,

$$a_2 = 1^m,13,$$

$$a_1 = 0^m,58;$$

ce qui donne :

4 portées intermédiaires de $1^m,13$ =	$4^m,52$
2 demi-portées extrêmes de $0^m,29$ =	$0\ ,58$
Ensemble.	$5^m,10.$

Continuant à considérer le rail belge à tables inégales, il nous sera aisé de reconnaître qu'avec la répartition précédente les dimensions des éclisses, représentées par la fig. 1, suffisent relativement à celles du rail pour la plus grande fatigue que la section du joint peut éprouver.

La plus grande fatigue du rail correspond au cas où l'un des supports intermédiaires cède et où la portée devient ainsi égale à $2a_2$. Elle est fournie par l'équation (10) en y faisant $a'=2a_2$, ce qui donne, $\varepsilon\, d\, \mu$ s'appliquant au rail et π étant la charge,

$$\frac{\varepsilon}{d}\mu=\frac{4}{27}\pi\, 2a_2=0,2963\,\pi\, a_2\ldots(15).$$

La fatigue des éclisses, si l'un des supports B ou B′ cède, sera donnée par la relation (13) en y faisant $a'=a_1+a_2$ et remplaçant ε, d, μ par leurs quantités correspondantes $\varepsilon_1\, d_1\, \mu_1$ pour les éclisses, savoir,

$$\frac{\varepsilon_1}{d_1}\mu_1=0,04\,\pi(a_1+a_2),$$

ou, en exprimant a_1 par a_2 (14),

$$\frac{\varepsilon_1}{d_1}\mu_1=0,0606\;\pi\, a_2\;\ldots\;(16).$$

Mais observons que si aucun des supports B ou B′ ne cède, comme cela peut arriver quand les billes viennent d'être relevées, la fatigue la plus grande dans la section milieu I sera donnée par l'équation (9), sans avoir égard au signe négatif, en y faisant $a'=a_1$ et remplaçant encore ε, d, μ par $\varepsilon_1\, d_1\, \mu_1$ pour les éclisses. L'on trouve,

$$\frac{\varepsilon_1}{d_1}\mu_1=\frac{4}{32}\pi a_1,$$

ou, par la valeur (14),

$$\frac{\varepsilon_1}{d_1}\mu_1 = 0{,}0644\,\pi\, a_2, \ldots (17)$$

et la fatigue donnée par cette relation surpasse légèrement la précédente (16); c'est elle qui pour ce motif doit être comparée à la fatigue μ de l'équation (15).

Pour qu'il y ait égalité entre les plus grandes fatigues que peuvent éprouver le rail et les éclisses, il devra donc y avoir entre les quotients $\frac{\varepsilon}{d}$ et $\frac{\varepsilon_1}{d_1}$ le rapport des nombres fractionnaires 0,2963 et 0,0644 (formules 15 et 17) ou celui de

$$1 : 0{,}2173.$$

Or on trouve par les méthodes connues, en substituant aux profils courbes du rail et des éclisses des contours rectilignes qui s'en écartent peu, fig. 1, et adoptant pour coëfficient d'élasticité du fer 20 milliards (1),

pour le rail $\frac{\varepsilon}{d} = 2{,}113860,$

(1) En désignant par x et y les distances des côtés horizontaux du profil rectiligne substitué au rail, fig. 1, à l'axe d'équilibre ou à la droite qui passe par le centre de gravité de ce profil, l'on trouve aisément par les dimensions cotées au dessin :

$$\text{pour la face supérieure } x = 0^{m},0532,$$

$$\text{pour la face inférieure } y = 0^{m},0718;$$

nommant ensuite, pour la table supérieure, λ la largeur totale du côté horizontal, b la saillie horizontale de la table sur la nervure, m et n les distances à l'axe d'équilibre des extrémités du côté incliné, et désignant pour le bourrelet inférieur par $\lambda' b' m' n'$ les grandeurs analogues, la valeur de ε est donnée par la formule,

$$\varepsilon = \frac{E}{6}\left\{2\lambda x^3 - b(m^2+n^2)(m+n) + 2\lambda' y^3 - b'(m'^2+n'^2)(m'+n')\right\},$$

pour les deux éclisses $\frac{\varepsilon_1}{d_1} = 463961$,

valeurs dont le rapport

$$1 : 0,2195$$

ne diffère pas sensiblement du rapport des quotients $\frac{\varepsilon}{d}$ et $\frac{\varepsilon_1}{d_1}$, exigé par la condition de l'égalité entre les plus grandes fatigues du rail et des éclisses.

L'on voit ainsi que les dimensions projetées pour les éclisses

ce qui donne, en faisant $\lambda = 0^m,0625$ $b = 0^m,021$ $m = 0^m,0312$ $n = 0^m,0162$ $\lambda' = 0^m,0485$, $b' = 0^m,014$, $m' = 0^m,0568$, $n' = 0^m,0473$, $E = 20$ milliards,

$$\varepsilon = 151775,13$$

$$\text{et } \frac{\varepsilon}{d} = \frac{\varepsilon}{y} = 2113860.$$

Pour les éclisses, leur profil étant remplacé par un trapèze dont les sommets sont symétriquement situés par rapport à une perpendiculaire au milieu de l'un des côtés parallèles, si l'on appelle b_1 l'épaisseur des éclisses, m_1 et n_1 les distances des sommets à cette perpendiculaire, la valeur de ε_1 sera donnée par la formule,

$$\varepsilon_1 = \frac{E}{6} 2b_1(m_1^2 + n_1^2)(m_1 + n_1),$$

qui donne, en faisant $b_1 = 0^m,015$, $m_1 = 0^m,041$, $n_1 = 0^m,031$, $E = 20$ milliards.

$$\varepsilon_1 = 19022,40$$

$$\text{et } \frac{\varepsilon_1}{d_1} = \frac{\varepsilon_1}{m_1} = 463961.$$

On peut remarquer d'ailleurs que le rapport des quotients $\frac{\varepsilon}{d}$ et $\frac{\varepsilon_1}{d_1}$ est entièrement indépendant de toute valeur particulière attribuée à E.

permettent, à l'aide d'une répartition convenable des supports, de réaliser une ligne de rails éprouvant dans toutes ses parties une fatigue *maximum* égale, et à cet égard dès que pour le rail la plus grande fatigue ne dépasse pas les limites du pouvoir élastique, le mode d'assemblage par éclisses boulonnées ne laisse rien à désirer.

Si nous comparons les espacements déterminés dans ce qui précède avec ceux qu'il conviendrait d'adopter dans le système actuel pour un rail de 5 portées, afin d'obtenir des fatigues égales dans les divers espacements, l'on trouve un avantage important en faveur du rail à éclisses. Il résulte du mémoire, déjà cité en note, de M. Rombaux, qu'en appelant a_1 une portée extrême, a_2 la portée voisine, a_3 la portée-milieu, l'on doit avoir entre ces portées, pour réaliser des fatigues égales, le rapport des grandeurs 1, 0,90, 0,563; pour un rail de $5^m,10$, cela donne :

$$a_1 = 0^m,7315 \qquad a_2 = 1^m,169 \qquad a_3 = 1^m,299.$$

Or, la somme des longueurs a_2 et a_3 de deux portées intermédiaires voisines, est à une double portée nouvelle comme $2^m,468$ est à $2^m,26$, ou environ comme 11 est à 10. La répartition précédente peut donc conduire ou à une économie importante dans l'établissement des voies ou à une plus grande rigidité, en conservant le poids des rails et le nombre de supports actuels.

L'on peut se demander si, pour mieux profiter de ces avantages, il ne conviendrait pas d'adopter des espacements moins inégaux, en donnant en même temps aux armatures du joint des dimensions qui fussent en rapport avec la fatigue *maximum* qu'elles peuvent éprouver en dehors de la section de moindre fatigue. A cet égard l'expérience seule semble pouvoir faire apprécier à quel point l'efficacité et la conservation du joint exigent que l'assemblage des abouts soit placé dans une portée réduite; jusqu'à présent la pratique a admis cette disposition, afin, sans doute, de diminuer la fatigue absolue que le joint peut éprouver par flexion verticale et de restreindre, dans des limites convenablement étroites, les actions latérales auxquelles il doit pouvoir résister. Bornons-nous à dire ici que la limite extrême à laquelle l'on pourrait être conduit consisterait à adopter des espacements égaux, et le joint I, fig. 5, se trouverait alors au quart des doubles portées CB' ou BC'. En faisant, pour cette position, $x=\frac{a'}{4}$ dans la formule (3), la plus grande fatigue des armatures, due aux charges verticales, serait donnée par la relation,

$$\frac{\varepsilon_1}{d_1}\mu_1=\frac{9}{128}\pi a',$$

ou, en faisant $a'=2a_2$ pour la comparer à la formule (15) qui donne la plus grande fatigue du rail, par

$$\frac{\varepsilon_1}{d_1}\mu_1=\frac{9}{64}\pi a_2=0,1406\,\pi\, a_2 \ldots (18).$$

Et pour que les fatigues du rail et des armatures soient égales, il faudra que le rapport des quotients $\frac{\varepsilon}{d}$ et $\frac{\varepsilon_1}{d_1}$ (formules 15 et 18) soit celui des nombres 0,2963 et 0,1406, ou celui de

$$1 : 0,4745.$$

Nous avons représenté par une ligne pointillée, tracée à gauche de la fig. 1, le profil nouveau d'une éclisse dont les dimensions en hauteur et largeur suffisent pour satisfaire à cette condition, comme on le reconnaîtrait en cherchant le moment d'élasticité qui répond à deux armatures de cette forme; on remarquera que leur résistance aux pressions latérales est considérablement plus grande que celle des premières éclisses; leur poids toutefois n'atteint pas le double. Comme nous l'avons dit, l'expérience doit trancher la question que nous venons de soulever et montrer, par exemple, pour le rail belge de $5^m,10$ à cinq supports, si les portées d'about comprenant les éclisses peuvent sans inconvénients devenir égales à $1^m,02$. Il serait d'un haut intérêt économique que des expériences fussent entreprises pour éclaircir ce point.

Si l'on observe encore que dans le rail à éclisses les actions que chaque support exerce sur le sol et les dépressions du rail sont rendues très-sensiblement égales pour toute l'étendue de celui-ci, qu'elles sont même un peu moindres près des abouts si l'on adopte des portées inégales, l'on pourra supprimer l'excès de dimensions que l'on donne actuellement aux coussinets et aux billes d'about.

Ces considérations suffisent seules pour compenser largement les dépenses de premier établissement qu'exigent les éclisses, mais elles sont accessoires eu égard aux avantages bien autrement importants qui résultent de la continuité qu'elles établissent dans les lignes de rails.

Gand, 13 mai 1853.