

COURS
DE
STABILITÉ DES CONSTRUCTIC

PAR

A. VIERENDEEL

Professeur à l'Université de Louvain
Ingénieur en chef, Directeur du Service Technique de la Flandre Occidentale
Ancien Chef de Service des Ateliers de Construction de La Louvière
Lauréat du Prix du Roi pour l'Architecture Métallique

TOME I

Résistance des Matériaux

305 figures, 3 planches

CINQUIÈME ÉDITION

1931

LOUVAIN
LIBRAIRIE UNIVERSITAIRE
Rue de la Monnaie, 10
UYSTPRUYST, éditeur

PARIS
DUNOD, éditeur
92, Rue Bonaparte, 92

IMPRIMÉ EN BELGIQUE

TABLE DES MATIÈRES

	Pages
Préface	5
Historique	8
CHAPITRE I	
Notions générales	
CHAPITRE II	
Traction et compression	
§ 11. Etude expérimentale de la traction pour l'acier et le fer. Limite d'élasticité. Propriétés de la limite d'élasticité	13
N° 4. Expérience de traction	13
N° 5. Définition de la limite d'élasticité	18
N° 5bis. Trempe	22
N° 6. Fatigue	23
N° 7. Loi d'élasticité et coefficient d'élasticité	23
N° 8. Contraction transversale	26
N° 9. Variation de E pour le fer soudé	26
N° 10. Résumé d'expérience. Charge de sécurité	27
§ 2. Étude expérimentale de la compression pour l'acier et le fer	28
N° 12. Formules de E pour le fer soudé	30
N° 12bis. Formules de E pour le fer fondu et l'acier très doux.	30
§ 3. Étude expérimentale de la Fonte à la traction	30
§ 4. Étude expérimentale de la Fonte à la compression.	31
N° 14. Courbe d'élasticité et formules de E	31
§ 5. Étude de la traction par efforts permanents ou répétés. Rôle de la limite d'élasticité.	33
N° 15. Efforts permanents	33
N° 16. Efforts répétés	33
N° 17. Efforts alternatifs	35
N° 18. Effet des chocs.	37
N° 19. Durée d'une construction	37
N° 19bis. Écrouissage. — Lignes de Hartmann. — Recuit. — Trempe	39
§ 6. Équation de stabilité et de déformation pour la traction et la compression.	39
N° 20. Équation de stabilité. — Section droite	39
N° 21. Équation de stabilité. — Section oblique	40
N° 22. Équation d'allongement ou de raccourcissement	41
N° 23. Équation de contraction ou de gonflement. Matière isotrope. Matière homogène	41
N° 24. Variation de densité	42

CHAPITRE III

Cisaillement

N° 25. Étude expérimentale	44
N° 26. Équation de stabilité et de déformation par cisaillement, distorsion	45

CHAPITRE IV

Égale résistance par traction et compression

N° 27. Problème de la barre à section constante	47
N° 28. Exercice	48
N° 29. Égale résistance	50
N° 30. Exercice	52
N° 29 ^{bis} . Égale résistance d'un rotor de turbine à vapeur	53
N° 29 ^{ter} . Rotors magnéto-électriques.	57

CHAPITRE V

Efforts composés

N° 31. Traction et cisaillement	61
N° 32. Compression et cisaillement	63
N° 33. Expériences	64
N° 34. Réciprocité des cisaillements.	67

CHAPITRE VI

Travail moléculaire. — Résistance vive par traction ou compression. — Chocs

N° 35 ^{bis} . Compression. — Crusher	71
N° 36. Énergie potentielle interne	72
N° 37. Exercice	72
N° 38. Influence des entailles	73
N° 39. Influence de l'écroutissage	74
N° 40. Chocs	75
N° 41. Mise en charge brusque	77
N° 42. Choc de masse sur masse	77
N° 43. Exercice	79
N° 44. Mouvement oscillatoire	79
N° 44 ^{bis} . Vibration. Période. Amplitude	81
N° 45. Coefficient de qualité du fer et de l'acier	83
N° 46. Fragilité	85
N° 46 ^{bis} . Choc sur masse de la barre.	86
N° 46 ^{ter} . Propagation et déformations et fatigues	88

CHAPITRE VII

Bases philosophiques de la science de la stabilité

N° 47. Généralités	95
N° 48. Force d'élasticité	95
N° 49. Postulat de continuité	96
N° 50. Loi d'élasticité.	97
N° 51. Hypothèse de Bernouilli ou Hypothèse des sections planes.	97
N° 52. Principe de superposition ou indépendance des effets	98
N° 53. Méthode des Très-Petits	99

N° 54. Méthode des substitutions	100
N° 55. Approximations successives.	100
N° 55bis. Expérimentation.	101
N° 56. Interpolation. — Extrapolation	102
N° 57. Degré d'approximation de la Stabilité	103

CHAPITRE VIII

Bases de la théorie mathématique de l'élasticité

§ 1. Équations générales des fatigues statiques des corps élastiques ou non	104
N° 58. Équilibre du parallélépipède. — Réciprocité des forces tangentielles	104
N° 59. Équilibre du tétraèdre	107
N° 60. Équilibre du prisme triangulaire droit.	109
N° 61. Fatigue élastique maximum résultant d'une traction (ou compression) et d'un cisaillement	113
N° 62. Ellipse des fatigues ou ellipse de Lamé. — Courbe directrice	115
N° 63. Ellipsoïde des fatigues. — Surface directrice	115
§ 2. Déformations élastiques	116
N° 64. Relation entre efforts et déformations, fatigue statique et fatigue élastique	116
N° 65. Évaluation de i_s dans une direction quelconque en fonction de i_x et i_y suivant deux directions principales	121
N° 66. Relation entre E et G, t et θ	122
N° 66bis. Cisaillement sur une section quelconque d'un corps déformé.	123
N° 67. Expériences	126
N° 68. Travail élastique dans le cas de déformations composées	129
§ 3. Équations fondamentales de la théorie d'élasticité	130

CHAPITRE IX

L'élasticité et les impondérables

N° 69. Influence de la température sur les fatigues	132
N° 70. Influence des fatigues sur la température	134
N° 71. Influence de la température sur la résistance du fer et de l'acier	136
N° 72. Cohésion et magnétisme	137
N° 72bis. Lumière. Rayon X. Rayon N	137

CHAPITRE X

Flexion

§ 1. Flexion simple.	139
N° 73. Formules de la flexion simple	139
N° 75. Brides non parallèles	150
N° 76. Flexion dans le cas où E n'est plus constant	150
§ 2. Moments d'inertie	153
N° 77. Définition du moment d'inertie	153
N° 78. Moment d'inertie central d'une section rectangle.	153
N° 79. Rayon de Giration	153
N° 80. Moment d'inertie p. r. à un axe parallèle à l'axe central ou axe neutre	154
N° 81. Moment d'inertie par rapport à un axe quelconque. — Axe principal. — Axe central. — Axe neutre	155
N° 82. Ellipse d'inertie	157
N° 83. Moment d'inertie central et module de flexion des sections à double symétrie dérivées du rectangle	158

N° 84. Exercice	159
N° 85. Trous de rivets	161
N° 86. Moments d'inertie et $\frac{I}{\varphi}$ des sections circulaires et ovales	161
N° 87. Double té non symétrique	162
N° 88. Exercice	163
N° 89. Moments d'inertie d'un triangle et dérivés	164
N° 90. Profil quelconque	165
N° 91. Exercice	165
N° 92. Exercice	166
N° 93. Calcul approximatif du moment d'inertie	167
N° 94. Calcul graphique et calcul mécanique des I.	168
N° 95. Exercice	168
§ 3. Moments statiques et variation de la fatigue de cisaillement sur la hauteur d'une section droite	168
N° 97. Rectangle	169
N° 98. Cercle	170
N° 99. Triangle	170
N° 100. Losange.	171
N° 101. Double té symétrique	171
N° 102. Exercice.	171
§ 4. Fatigues maxima provoquées par la Flexion.	174
N° 103. Recherche des Maxima	174
N° 104. Courbe enveloppe des directions principales	175
N° 105. Courbe enveloppe des directions des cisaillements maxima	176
N° 106. Variation de $t_u \theta_u t'_u \theta'_u$ sur la hauteur d'une section en double té	177
§ 5. Déformations dans le cas de flexion simple	177
N° 107. Élastique due à M.	177
N° 108. Élastique due à ΣP	179
N° 109. Exercice	180
N° 110. Détermination graphique de l'élastique	182
§ 6. Généralisation des formules de flexion	182
N° 111. Flexion par des forces obliques ou Flexion composée. Fatigue et déformation	182
N° 112. Pièce courbe.	187
N° 113. Exercice.	188
N° 114. Flexion gauche. Fatigues	190
N° 115. Flexion dans le cas de flexion gauche.	191
N° 116. Pièce sur plusieurs appuis	191
N° 117. Pièces encastées	192
N° 118. Pièces à sections variables	192
N° 119. Représentation mécanique des effets de flexion sur une pièce.	192
§ 7. Résistance et Raideur à la flexion	193
§ 8. Résumé du Chapitre X	195
N° 121. Formules principales	195
N° 122. Définitions	195
N° 123. Portée des formules	196
N° 124. Limite d'élasticité à la flexion	196
N° 125. Charge de sécurité à la flexion	196
N° 126. Valeur de E à la flexion	197

CHAPITRE XI

Étude détaillée de la flexion simple d'une pièce droite reposant sur deux appuis et portant des charges normales à son axe

N° 127. Considérations générales	199
§ 1. Pièce sur deux appuis libres portant une charge locale fixe	200
N° 128. Diagramme des moments fléchissants	200
N° 129. Diagramme des efforts tranchants	201
N° 130. Égale résistance à la flexion	202
N° 134. Déformation d'une pièce à section constante	205
N° 135. Flèches en fonction des fatigues <i>dans le cas des pièces prismatiques</i>	208
N° 136. Exercice	208
N° 137. Déformations de pièces d'égale résistance.	209
§ 2. Pièce portant librement sur deux appuis et soumise à l'action d'une charge roulante	211
N° 138. Diagramme des moments fléchissants	211
N° 139. Ligne d'influence des moments fléchissants	213
N° 140. Égale résistance des doubles tés composés. — Exercice	214
N° 141. Déformations. — Exercice	218
§ 3. Pièce portant librement sur deux appuis et soumise à l'action de plusieurs charges fixes locales	220
N° 142. Diagrammes.	220
N° 143. Égale résistance	221
N° 144. Déformations	221
N° 145. Cas particulier. Détermination de E	221
N° 146. Plusieurs charges locales mobiles	222
§ 4. Pièce reposant librement sur deux appuis et portant une charge continue uniforme complète	222
N° 147. Diagrammes.	222
N° 148. Égale résistance	224
N° 149. Déformations	225
§ 5. Charge continue variable	226
§ 6. Charge continue uniforme partielle	226
N° 151. Diagramme des efforts tranchants	226
N° 152. Diagramme des moments	227
§ 7. Charges continues uniformes fixes et mobile (Problème du Pont)	229
N° 153. Diagramme des moments	229
N° 154. Diagramme des efforts tranchants	230
§ 8. Charges continues et charges locales agissant simultanément	234
N° 156. Exercice	234
§ 9. Méthodes graphiques pour le tracé des diagrammes et des élastiques	236

CHAPITRE XII

Étude détaillée de la flexion simple d'une pièce droite encastrée à une extrémité et libre à l'autre

N° 158. Définition	237
§ 1. Pièce portant une ou plusieurs charges locales	237
N° 159. Diagrammes.	237
N° 160. Calcul de l'encastrement	238

N° 161. Égale résistance	239
N° 162. Déformations	240
N° 164. Déformations dans le cas d'égale résistance	241
N° 165. Ressort	241
§ 2. Pièce portant une charge continue.	243
N° 166. Diagrammes.	243
N° 167. Déformation.	243
§ 3. Charge continue et charge locale	244
N° 168. Diagrammes et déformations	244

CHAPITRE XIII

Étude d'une pièce encastrée à ses deux extrémités

§ 1. Pièce portant une charge locale fixe	245
N° 169. Détermination des réactions	246
N° 170. Diagramme des Moments	248
N° 171. Diagramme des Efforts tranchants	249
N° 172. Égale résistance	249
N° 173. Déformations	249
§ 2. Charge mobile	250
N° 174. Lignes d'influence des moments.	250
N° 174bis. Diagramme des moments maxima.	251
N° 175. Diagramme des efforts tranchants et lignes d'influence de R_1 et R_2	253
§ 3. Charge continue	254
N° 176. Réactions et diagrammes	254
N° 177. Déformations	255
§ 4. Charges locales et charges continues	256
§ 5. Encastremets partiels	256

CHAPITRE XIV

Étude d'une pièce droite encastrée à une extrémité et sur appuis libres à l'autre

§ 1. Charge locale fixe	258
N° 180. Détermination des réactions	258
N° 181. Diagrammes.	259
§ 2. Charge continue	260
N° 182. Réactions et diagrammes	260
§ 3. Cas divers.	261
§ 4. Dénivellation de l'appui.	261

CHAPITRE XV

Compression excentrique

N° 1. Colonne simplement appuyée.	264
N° 2. Colonne encastrée	267
N° 3. Exercice I.	267
N° 4. Exercice II	268
N° 5. Compression et Flexion par charge locale	269
N° 6. Compression et flexion par charge uniforme.	272

CHAPITRE XVI

Pièces chargées de bout. — Lois de flambage

§ 1. Historique et Divers	274
N° 2. Danger des théories eulériennes	278
N° 6. Lois du Flambage	281
N° 7. Expériences et notions fondamentales	282
§ 2. Colonne chargée de bout articulée aux deux extrémités	
Formule $\frac{P}{\Omega} = \frac{10 B + \left(\frac{l}{r}\right)}{10 A}$	285
N° 8. Méthode statique	285
N° 9. Méthode dynamique	287
§ 2bis. Colonne chargée de bout encastree au pied, libre à la tête	290
§ 3. Mouvement vibratoire de flambage	290
§ 4. Poutre ou colonne en treillis chargée de bout	291
N° 16. Conclusion	298
§ 5. Membrure encastree aux deux bouts	299
N° 19. Comparaison entre colonnes à extrémités encastrees et articulées	300
§ 6. Pièce ou colonne encastree au pied et libre mais guidée à la tête	302
N° 22. Comparaison entre la colonne ci-dessus et celle ayant les deux extrémités articulées	302
§ 7. Courbes de flambage	303
§ 8. Colonnes présentant des points fixes intermédiaires	304
§ 9. Formule générale $\frac{P}{\Omega} = \frac{10 A}{10 B + \left(\frac{KL}{r}\right)^2}$	306
§ 10. Colonnes en membrures comprimées en fer puddlé	308
§ 11. Colonnes en fer fondu ou acier très doux	311
§ 12. Colonnes en fonte	312
§ 13. Fer. — Fonte. — Acier	314
N° 33. Colonnes et membrures rivées	314
§ 14. Colonnes et membrures comprimées en acier-nickel	315
§ 15. Exemples divers	318
N° 39. Défauts d'exécution	322
§ 16. Calcul du treillis des pièces chargées de bout	323
N° 40. Théorie	323
N° 41. Applications	324
§ 17. Colonnes à simples montants ou traverses	327
§ 18. Effondrement du pont de Québec sur le Saint-Laurent	327
N° 46. Expérience	334
N° 47. Expérience	335

§ 19. Pièce chargée de bout à profil variable articulée aux extrémités	335
N° 50. Forme la plus avantageuse pour une pièce chargée de bout	338
§ 20. Colonnes à profil de hauteur variable, extrémités d'orientation fixe.	340
N° 51. Brides non encastrées et de section constante	340
§ 21. Paradoxe de l'Effet-Cause	341

CHAPITRE XVII

Travail moléculaire de flexion. Résistance vive. Théorèmes généraux du travail moléculaire

N° 210. Travail moléculaire par traction ou compression dans le cas de section constante	342
N° 211. Travail moléculaire de glissement	343
N° 212. Travail moléculaire par traction ou compression dans le cas de section variable.	343
N° 213. Travail moléculaire direct dans le cas de flexion simple	345
N° 214. Autre expression du travail moléculaire de flexion simple	346
N° 215. Travail moléculaire de glissement dans la flexion simple	347
N° 215 ^{bis} . Élastique de glissement	348
N° 216. Équation générale de déformation	348
N° 217. Expression générale du travail moléculaire dû à une sollicitation extérieure	349
N° 218. Exercice	350
N° 219. Choc par flexion	351
N° 220. Choc en tenant compte de la masse de la poutre	354
N° 221. Théorème de Maxwell.	358
N° 222. Ligne d'influence de flexion	360
N° 222 ^{bis} . Exercice. Ligne d'influence d'une réaction hyperstatique	361
N° 223. Exercice. Lignes d'influences de réactions.	362
N° 224. Expression du travail moléculaire dans le cas de plusieurs forces extérieures	363
N° 225. Théorème de Monabrea ou du Travail minimum	364
N° 226. Théorème de Castigliano	369

CHAPITRE XVIII

Ressorts à lames

§ 1. Description	376
§ 2. Théorie sommaire	377
N° 229. Flèche et Fatigue.	377
N° 231. Exercice	378
N° 232. Résistance vive	379
N° 233. Résistance vive sous charge	380
N° 234. Qualités d'un ressort	382
§ 3. Théorie générale des ressorts à lames	382
N° 235. Exposé	382
N° 236. Application. Ressort dans les deux premières lames sont d'égale longueur	385
N° 237. Application. Ressorts dont toutes les lames sont étagées	386

CHAPITRE XIX

Torsion

§ 1. Barre à section circulaire pleine	388
N° 238. Formules de fatigues	388
N° 239. Moment d'inertie polaire I' d'une section circulaire pleine	393
N° 240. Sections non circulaires mais assimilables	394

N° 241. Angle et arc de torsion	395
N° 242. Barres à section variable	396
N° 243. Couples multiples	396
N° 244. Égale résistance	397
N° 245. Barre encastrée à ses deux extrémités	397
N° 246. Coefficient d'élasticité de torsion G	398
N° 247. Charge de sécurité par torsion	399
N° 248. Résistance vive de Torsion	401
N° 249. Torsion complète	403
N° 250. Torsion et traction ou compression	403
N° 251. Torsion et Flexion	404
N° 252. Torsion. Traction ou Compression. Flexion et cisaillement	404
§ 2. Sections de formes diverses	405
N° 253. Section annulaire	405
N° 254. Section en polygone régulier	406
N° 255. Section elliptique	406
N° 256. Section rectangulaire	406
N° 257. Traction résultant de Torsion	407

CHAPITRE XX

Ressorts volutes

N° 258. Qualité du métal	408
§ 1. Ressorts coniques	408
N° 259. Formules générales de fatigue et déformation	408
§ 2. Ressorts à Boudin	412
N° 260 Formules de fatigue et déformation	412
§ 3. Données d'expérience	412
N° 261. Ressort à section circulaire	412
N° 262. Ressorts à section carrée	414
N° 263. Ressorts à section rectangle	414
N° 264. Fatigue du métal des ressorts	417
N° 265. Exercice	417
N° 266. Résistance vive d'un ressort volute	419

CHAPITRE XXI

Déformation d'une poutre en treillis

N° 268. Effet des brides	420
N° 269. Effet d'une diagonale	421
N° 270. Effet d'une diagonale	423