avec le concours de MM. Baker et Fowler, les ingénieurs du célèbre pont du Forth, a figuré à l'Exposition de 1889; il comportait des travées de 30c et 500 mètres et un tablier de  $33^{\rm km}$  5 de longueur, à 60 mètres au-dessus de l'eau (1).

L'exécution de ce projet aurait coûté près de goo millions, c'est-àdire plus du double du tunnel, et la construction ainsi que la conservation de l'ouvrage auraient sans doute été plus aléatoires.

Dans un ordre d'idées un peu différent, M. Arnodin, le constructeur de ponts suspendus bien connu, avait envisagé l'établissement d'un pont avec voie charretière de chaque côté de la double voie ferrée, mais il est à peine besoin de faire remarquer que, depuis l'apparition des sous-marins, des avions et des dirigeables, il ne peut être question d'un pont, de quelque système que ce soit, à cause de la grande vulnérabilité que présenterait une communication de ce genre.

Non seulement le tunnel sera, au contraire, absolument à l'abri des atteintes des ennemis de la France et de l'Angleterre, mais sa construction présentera moins d'aléas que celle d'un pont comportant des piles qui devraient être foncées jusqu'à 60 mètres au-dessous de l'eau. L'air comprimé ne permet pas d'atteindre de pareilles profondeurs et il faudrait recourir à des moyens qui n'ont pas en-

core fait leur preuve.

La situation du tunnel, à 100 mètres au-dessous de l'eau, permettra encore moins l'emploi de l'air comprimé, qui a été d'une si grande ressource dans le percement de certains tunnels sous-fluviaux et dans ceux creusés sous des bras de mer, tels que l'East River et l'Hudson River, à New-York (2). Heureusement, si le tunnel sous la Manche se trouve à une plus grande prosondeur, il sera, par contre, ainsi que nous l'avons expliqué, situé dans une couche de terrain exceptionnellement favorable et qui présente des facilités toutes particulières pour son exécution.

Les appréciations que nous avons données plus haut sont évidemment de nature à donner toute confiance sur le résultat financier de l'entreprise, mais, même s'il devait ne pas en être ainsi, on peut se demander si, dans les circonstances actuelles, les Gouvernements anglais et français n'auraient pas intérêt à assurer à tout prix la réalisation de cette voie de communication qui, dans l'avenir, constituera pour les deux pays alliés un organisme extrêmement précieux. Son importance a frappé, depuis longtemps, les esprits les plus éminents parmi nos ennemis communs, ainsi que l'attestent divers propos parmi lesquels nous citerons celui attribué au vieux maréchal de Moltke, disant : « qu'il faudrait empêcher de faire le tunnel, lequel ne pourrait servir à attaquer l'Angleterre, mais serait très funeste à l'Allemagne, en cas de conflit ».

Nous ne nous attarderons pas en regrets superflus de ce que les Allemands ont été plus clairvoyants que les Anglais. Il nous paraît plus opportun de reconnaître que, depuis quelques années, l'opinion de ces derniers devenait plus favorable à l'idée du tunnel, et nous signalerons une opinion émise, avant la guerre actuelle, par un écrivain anglais, qui est en quelque sorte la réplique des pensées allemandes. Dans un très intéressant article publié dans The Fortnightly Review, sir Arthur Conan Doyle écrivait : « Si, malgré son invraisemblance, une attaque soudaine était tentée et si les forces du pays paraissaient insuffisantes, un renfort franco-anglais pourrait être amené du continent. Les Allemands ont fait le canal de Kiel en prévision de la guerre. Notre réponse doit être le tunnel sous la Manche qui nous liera davantage à notre alliée. »

Il est au moins amusant de rapprocher ces propos anglais et allemands de la proposition, exprimée ces jours-ci par un journaliste français (3), de reprendre immédiatement les travaux du tunnel en y employant, tant du côté anglais que du côté français, les prisonniers de guerre allemands. Une pareille mesure serait évidemment d'une savoureuse ironie. Sans insister sur sa mise en pratique, nous terminerons cette étude en exprimant le vœu que, de part et d'autre du détroit, l'entreprise soit efficacement abordée en vue de sa prompte réalisation.

A. Dumas, Ingénieur des Arts et Manufactures.

## RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

## PONTS A ARCADES, SYSTÈME VIERENDEEL Nouvelle méthode de calcul approché.

Le Génie Civil a mentionné dès son apparition le système des ponts à arcades, système réticulaire dépourvu de diagonales, imaginé par M. Vierendeel (1), ingénieur en chef des Ponts et Chaussées de Belgique et professeur de stabilité des constructions à l'Université de Louvain.

Un premier pont de ce système de 31<sup>m</sup> 50 de portée d'axe en axe des rotules fut exposé en 1897 à l'Exposition de Bruxelles dans le parc de Tervueren, puis expérimenté jusqu'à la rupture.

L'ossature métallique de ce pont était constituée par deux poutres maintenues distantes de 3 mètres d'axe en axe et reliées entre elles par des contreventements horizontaux et verticaux. La portée de 31<sup>m</sup> 50 était divisée en neuf panneaux de 3<sup>m</sup> 50, chaque poutre comprenant ainsi dix montants équidistants. Les poutres étaient à âme simple, d'une épaisseur uniforme de 9 millimètres, et chaque pièce présentait la section d'un double T: à cet esset, deux semelles principales régnaient tout le long des bords supérieur et insérieur de la poutre, et tous les bords de l'âme évidée, ainsi que les bords verticaux des extrémités, étaient garnis de semelles en saillic.

Ce pont, calculé pour supporter une surcharge uniforme de 4 700 kilogr. par mètre courant, soit 148 tonnes de surcharge

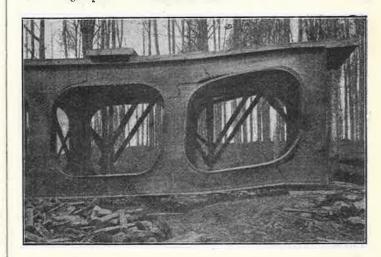


Fig. 1. — Déformations obtenues par la surcharge de rupture dans les deux panneaux extrêmes du pont de Tervueren.

totale, outre son poids mort qui était de 67 400 kilogr., fut soumis à des essais pendant trois mois et demi, pendant lesquels furent relevées les flèches obtenues sous une charge de 152 tonnes de gueuses de fonte. Puis il fut chargé successivement de 225, 300, 350, 366 tonnes. A partir de ce moment, des déformations importantes commencèrent à se manifester et le pont se rompit lorsque la charge eut atteint 406 tonnes. Les panneaux extrêmes du côté est étaient complètement déformés et la chute de l'ouvrage fut la conséquence de la rupture des plates-bandes inférieures vers les appuis est. La figure 1 donne une vue des deux panneaux extrêmes après le déchargement, montrant les déformations obtenues par la surcharge de rupture.

Quoique ce type de construction n'ait pas rencontré l'approbation unanime des techniciens, les résultats obtenus furent suffisamment concluants pour que l'on passat de la théorie à la pratique. et actuellement les applications deviennent assez nombreuses. On peut citer en particulier les piles de go mètres de hauteur du viaduc du Kinsua, aux États-Unis, la passerelle de Grammont sur la Dendre, le pont-route d'Avelghem (Belgique) sur l'Escaut, dont le Génie Civil (²) a donné la description.

Les avantages attribués à ce système de pont sont de trois ordres :

1º Au point de vue théorique, la méthode de calcul ne repose sur aucune hypothèse, contrairement à ce qui a lieu pour les poutres à treillis où l'on suppose les nœuds comme articulés;

2º Au point de vue technique, les longerons sont composés d'éléments plus robustes, par suite plus résistants aux effets dynamiques: en raison des assemblages des brides et des montants faits aux points où la flexion

<sup>(1)</sup> Voir sa description dans le Génie Civil du 19 octobre 1889 (t. XV, nº 25, p. 589).

<sup>(2)</sup> Il existe actuellement sous ces deux bras de mer une vingtaine de tunnels, presque tous pour chemins de fer, creusés dans des conditions très difficiles par suite de l'état vaseux et hétérogène des terrains dans lesquels ils ont dû être établis. Pour l'aqueduc de Catskill, où l'on n'avait pas à se préoccuper des rampes d'accès, on a préféré descendre, par des puits verticaux, jusqu'à 330 mètres de profondeur, de façon à effectuer le percement à ce niveau, à l'air libre et dans la roche dure.

<sup>(3)</sup> M. Maurice DE WALEFFE dans Paris-Midi, du 15 octobre 1916.

<sup>(4)</sup> Voir le Génie Civil du 1er janvier 1888 (t. XXXII, nº 9, p. 148).

<sup>(2)</sup> Voir le Génie Civil du 17 juin 1905 (t. XLVII, nº 7, p. 108).

est minimum, ils sont moins susceptibles de se disloquer que ceux à

3º Au point de vue commercial, à égalité de résistance, ils sont d'un prix moins élevé que les longerons à treillis.

A ces avantages, on ajoute actuellement sa facilité d'application aux ouvrages en bélon armé, car le manque de diagonale en sacilite la construction et permet une meilleure réussite.

Mais à côté de ces avantages, il y a de graves inconvénients provenant des efforts dits secondaires, dont la valeur, modérée dans un système réticulaire ordinaire et telle même que les règlements les plus récents en négligent le calcul, acquiert dans le système Vierendeel une importance primaire. Le calcul de ces efforts est, non seulement laborieux, mais encore loin d'être exempt d'incertitudes, entre autres celle résultant du fait que le mode de construction modifie sensiblement le schéma pris pour base du calcul. En esset, les raccords des montants aux longerons, ne pouvant se déplacer, altèrent grandement les résultats du calcul. Pour tenir compte de pareilles incertitudes, on pourrait adopter une charge de sécurité plus limitée, mais alors, par raison d'économie, il faudrait accorder la préférence au système réticulé ordinaire triangulé.

La complication du calcul rigoureux du système Vierendeel, 3n fois plus hyperstatique que le système triangulé ordinaire, si n représente le nombre de panneaux, a conduit plusieurs techniciens à chercher des méthodes de calcul simplifiées. mais qui n'ont pas un degré d'approximation suffisant. Déjà en 1905, Vianello, dans son manuel der Eisenbau, donnait une solution approchée du système Vierendeel à longerons parallèles, consistant à imaginer une charnière dans le milieu de chaque barre de contour et de chaque montant, à l'exception d'un, pris de présérence au milieu du pont. Mais la discordance du régime des elforts effectifs internes, dérivant de cette hypothèse ou d'autres semblables, peut dépasser pour certaines barres les limites de l'approximation permise. Ce dépassement est encore plus à craindre pour le système à longerons parallèles, où les efforts secondaires de flexion et de cisuillement sont maxima, que pour les systèmes courbes, où ils sont moindres et peuvent même devenir nuls, comme dans le cas du système parabolique uniformément chargé.

Une des meilleures solutions du calcul approché du système Vierendeel est celle de M. Engesser, décrite dans la Zeitschrift für Bauwesen (1913), dont M. C. Guidi vient de donner un exposé dans le Genio Civile, de mars, en y ajoutant un exemple numérique qui montre pratiquement la valeur de ces efforts secondaires suivant les barres. Nous donnerons ci-dessous un résumé de l'important travail de M. C. Guidi.

Tuéorie Engesser. — Outre les elforts produits par le moment fléchissant dans les longerons, M. Engesser distingue trois sortes d'efforts secondaires auxquels sont soumis les longerons et les montants d'un pont du système Vierendeel : a) ceux produits par la solidarité des longerons et des montants, provenant de la flexibilité de ces derniers; b) ceux produits par la slexibilité des montants; c) ceux provenant des variations de longueur que subissent les diverses barres par suite de l'effort axial qu'elles supportent.

Les esforts de la catégorie c, dont Engesser fait aussi le calcul, sont de même nature et du même ordre de grandeur que les efforts secondaires produits dans les systèmes réticulaires métalliques ordinaires par la rigidité des attaches, et peuvent, en général, être négligés; mais on ne peut négliger ceux de la catégorie b produits par la flexibilité des montants, qui modifient notablement, pour certaines barres, les efforts de la catégorie a.

Calcul des efforts dans le cas où l'on néglige la slexibilité des montants. — Si l'on considère un panneau quelconque d'une poutre Vierendeel de liauteur constante et si l'on suppose que la section de chacun des longerons supérieur et inférieur ait le même moment d'inertie par rapport à l'axe horizontal passant par le centre de gravité, on peut dire que, si l'on néglige la slexibilité des montants, sous l'action des efforts produits par les charges, donnant un moment séchissant M et un effort tranchant T, le panneau se désorme, de saçon telle que les courbes élastiques des deux barres des longerons restent congruentes et présentent une courbure en leur point milieu. Il en résulte que les barres des longerons sont parcourues chacune par une sorce qui passe par leur milieu sans

Si on l'imagine décomposée en une composante horizontale et

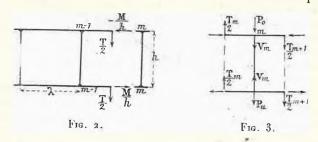
en une verticale (fig. 2), les deux composantes horizontales  $\frac{M}{h}$ forment un couple produit par le moment sléchissant, et les deux composantes verticales, provenant de l'effort tranchant, ont chacune pour valeur  $\frac{T}{2} = \frac{1}{2} \frac{M_m - M_{m-1}}{\lambda}$ ,  $M_m$  et  $M_{m-1}$  représentant respec-

tivement le moment fléchissant correspondant au montant mième et

(m — 1)<sup>teme</sup> et λ la longueur du panneau. Cette force soumet les diverses sections de chaque barre de contour à un moment fléchissant qui croît suivant une loi linéaire du milieu aux extrémites où il atteint la valeur maximum. On a :

$$M'_{m} = \pm \frac{T_{m}\lambda}{4} = \pm \frac{1}{2} \frac{M_{m} - M_{m-1}}{\lambda} \frac{\lambda}{2} = \pm \frac{1}{4} (M_{m} - M_{m-1}).$$
 [1]

Les esfels du montant mieme s'obtiennent en considérant l'équilibre



du tronçon de poutre compris entre les milieux des deux panneaux adjacents (fig. 3). L'effort axial  $V_m$  s'obtient, à l'aide des indications de la figure, par l'équation :

$$V_m + P_o - \frac{T_m}{2} + \frac{T_{m+1}}{2} = o$$
 d'où  $V_m = -P_o + \frac{1}{2}(T_m - T_{m+1})$ ,

$$V_m - P_u + \frac{T_m}{2} - \frac{T_{m+1}}{2} = o$$
 d'où  $V_m = P_u - \frac{1}{2}(T_m - T_{m+1}),$ 

et en ajoutant les deux expressions :

$$V_m = \frac{1}{2} (P_u - P_o).$$
 [2]

Autrement dit. le montant est soumis à un moment fléchissant qui varie suivant une loi linéaire s'annulant au point milieu.

Le moment dans les sections extrêmes, c'est-à-dire dans les sections d'attache des longerons, atteint la valeur maximum absolue:

$$\mathbf{M}'_{v_n} = \frac{\lambda}{4} (\mathbf{T}_m + \mathbf{T}_{m+1}) = \frac{1}{4} (\mathbf{M}_{m+1} - \mathbf{M}_{m-1}).$$
 [3]

Enfin, le montant est soumis à un essort tranchant & que l'on tire de:

$$M'_{v_m}$$
 —  $\mathfrak{E}_m \frac{h}{2}$  =  $0$ 

d'où:

$$\mathfrak{E}_{m} = 2 \frac{M_{c_{m}}}{h} = \frac{T_{m} + T_{m+1}}{2h} \lambda = \frac{M_{m+1} - M_{m-1}}{2h}.$$
 [4]

Mais le régime des efforts dans les longerons et dans les montants est, spécialement pour quelques-uns. notablement modifié par la flexibilité des montants, quoique la variation de longueur de l'axe produit par l'effort axial soit pratiquement négligeable.

Calcul des efforts en tenant compte de la flexibilité des montants. — On tient compte de la flexibilité des montants de la façon suivante :

Imaginons le montant coupé à la moitié de sa hauteur par un plan horizontal. Les efforts tangentiels & donnés par [4] auraient pour esset (à présent qu'on tient compte de la flexibilité des montants) d'infléchir les demi-montants comme il est indiqué sur la figure 4 ; mais, pour la continuité du système, le glissement d'un longeron par rapport à l'autre, causé par la flexibilité des montants, devrait avoir pour résultat que, C''\_m-1 venant à coïncider avec C'\_m-1,  $C_m$  coincide avec  $C_m$ , ce qui n'arrive pas, si on ne veut pas admettre l'existence des autres forces horizontales &", en général de sens opposé aux &. telles que la désormation produite par elles dans les montants et longerons aient l'esset indiqué. La somme des & du premier montant jusqu'au  $(m-1)^{\text{leane}}$  produit dans le longeron

 $m^{\text{leme}}$  (fig. 5) un moment additionnel M", par l'effet duquel le point  $C_{m-1}$  (supposé fixe au nœud m) se dirige vers la gauche de  $\frac{\mathbf{M}_{m}^{"}\lambda h}{2\mathbf{E}\mathfrak{J}_{m}}$ , si  $\mathfrak{J}_{m}$  est le moment d'inertie de la section du longeron par rapport à l'axe de flexion ; en outre, par l'action des forces &" sur



les demi-montants, la distance des points C<sub>m-1</sub>, C<sub>m</sub> augmente encore de  $\frac{\mathfrak{S}_{m-1}^{n}h^{3}}{24\mathrm{EJ}_{m-1}}$  —  $\frac{\mathfrak{S}_{m}^{n}h^{3}}{24\mathrm{EJ}_{m}}$ , si  $\mathrm{J}_{m-1}$  et  $\mathrm{J}_{m}$  représentent respectivement les moments d'inertie des sections transversales des montants (m — 1) ième et mième par rapport à leurs axes respectifs de flexion. On doit aussi avoir:

$$\frac{\mathbf{M}_{m}^{''}\lambda h}{^{2}\mathbf{E}\,\bar{\boldsymbol{\jmath}}_{m}}+\frac{\mathbf{\mathcal{E}}_{m-1}^{''}h^{3}}{^{2}\mathbf{4}\mathbf{E}\mathbf{J}_{m-1}}-\frac{\mathbf{\mathcal{E}}_{m}^{''}h^{3}}{^{2}\mathbf{4}\mathbf{E}\mathbf{J}_{m}}=\frac{\mathbf{\mathcal{E}}_{m-1}^{'}h^{3}}{^{2}\mathbf{4}\mathbf{E}\mathbf{J}_{m-1}}-\frac{\mathbf{\mathcal{E}}_{m}^{'}h^{3}}{^{2}\mathbf{4}\mathbf{F}\mathbf{J}_{m}}$$

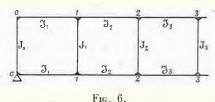
$$12 \frac{M_m''\lambda}{\Im_m} + \frac{g_{m-1}'h^2}{J_{m-1}} - \frac{g_m''h^2}{J_m} = \frac{g_{m-1}'h^2}{J_{m-1}} - \frac{g_m'h^2}{J_m}, \quad [5]$$

$$M_{m+1}^{"} = \frac{h}{2} \sum_{m=1}^{m} \mathfrak{F}^{"}$$
 et  $M_{m}^{"} = \frac{h}{2} \sum_{m=1}^{m-1} \mathfrak{F}^{"}$ .

$$\mathfrak{E}_{m}^{"} = 2 \frac{M_{m+1}^{"} - M_{m}^{"}}{h}.$$
 [6]

En remplaçant dans [5]  $\mathfrak{F}_m''$  en fonction des M", en vertu de [6] et & en fonction des T, en vertu de [4], on obtient finalement :

Pour résoudre le problème, on peut écrire autant d'équations, telles que [7], qu'il y a d'inconnues.



Pour un système simplement appuyé aux extrémités (fig. 6), on

$$\begin{aligned} &\frac{6M_{1}^{''}\lambda}{\Im_{1}} + \Big(\frac{M_{1}^{''}}{J_{0}} - \frac{M_{2}^{''} - M_{1}^{''}}{J_{1}}\Big)h = \Big(\frac{T_{1}}{J_{0}} - \frac{T_{1} + T_{2}}{J_{1}}\Big)\frac{\lambda h}{4} \\ &\frac{6M_{2}^{''}\lambda}{\Im_{2}} + \Big(\frac{M_{2}^{''} - M_{1}^{''}}{J_{1}} - \frac{M_{3}^{''} - M_{2}^{''}}{J_{2}}\Big)h = \Big(\frac{T_{1} + T_{2}}{J_{1}} - \frac{T_{2} + T_{2}}{J_{2}}\Big)\frac{\lambda h}{4}\Big)_{[8]} \\ &\frac{6M_{3}^{''}\lambda}{\Im_{3}} + \Big(\frac{M_{3}^{''} - M_{2}^{''}}{J_{2}} - \frac{M_{4}^{''} - M_{3}^{''}}{J_{3}}\Big)h = \Big(\frac{T_{2} + T_{3}}{J_{2}} - \frac{T_{3} + T_{4}}{J_{3}}\Big)\frac{\lambda h}{4}\Big)_{[8]} \end{aligned}$$

et si, comme on peut le supposer, en général,  $J_1 = J_2 = ... = J$ , les équations [8] deviennent :

$$\frac{6M_{1}^{"}\lambda}{\vartheta_{1}} + \left(\frac{M_{1}^{"}}{J_{0}} - \frac{M_{2}^{"} - M_{1}^{"}}{J}\right)h = \left(\frac{T_{1}}{J_{0}} - \frac{T_{1} + T_{2}}{J}\right)\frac{\lambda h}{4} \\
\frac{6M_{2}^{"}\lambda}{\vartheta_{2}} + (2M_{2}^{"} - M_{1}^{"} - M_{3}^{"})\frac{h}{J} = \frac{T_{1} - T_{3}}{4J}\lambda h \\
\frac{6M_{3}^{"}\lambda}{\vartheta_{3}} + (2M_{3}^{"} - M_{2}^{"} - M_{4}^{"})\frac{h}{J} = \frac{T_{2} - T_{3}}{4J}\lambda h$$
[9]

Une solution simplifiée et notablement approchée est obtenue en négligeant dans [5] les termes en E", ou en négligeant les inflexions des montants produits par les sorces &", alors l'équation [7] s'écrit :

$$\frac{6M_m''}{9_m} = \left(\frac{T_{m-1} + T_m}{J_{m-1}} - \frac{T_m + T_{m+1}}{J_m}\right) \frac{h}{4},$$
 [10]

thèse où  $J_1 = J_2 = ... = J$ , on déduit les équations simplifiées:

$$\begin{split} M_{1}^{"} &= \frac{\mathfrak{I}_{1}^{h}}{24} \left( \frac{T_{1}}{J_{0}} - \frac{T_{1} + T_{2}}{J} \right) \\ M_{2}^{"} &= \frac{\mathfrak{I}_{2}^{h}}{24J} \left( T_{1} - T_{3} \right) \\ M_{3}^{"} &= \frac{\mathfrak{I}_{3}^{h}}{24J} \left( T_{2} - T_{4} \right) \end{split}$$

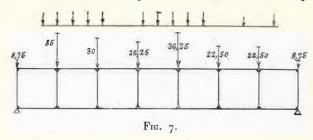
Les divers tronçons d'un longeron sont donc soumis, aux extrémités, aux moments fléchissants totaux suivants :

$$\overline{\mathbf{M}}_{m} = \mathbf{M}'_{m} + \mathbf{M}''_{m} = \frac{\mathbf{T}_{m}\lambda}{4} + \mathbf{M}''_{m} = \pm \frac{1}{4}(\mathbf{M}_{m} - \mathbf{M}_{m-1}) + \mathbf{M}''_{m}.$$
 [12]

équation dans laquelle  $M''_m$  est à introduire avec son signe propre. La tension unitaire maximum totale dans le tronçon mième d'un longeron peut se vérifier en une des sections extrêmes du troncon et est exprimée par:

$$\sigma' = \frac{1}{Fh} \frac{M_{m-1} + M_m}{2} + \frac{y'}{g_m} \left( \frac{M_m - M_{m-1}}{4} + M''_m \right).$$
 [13]

dans laquelle F représente l'aire de la section transversale du tronçon et y' la distance de l'élément le plus éprouvé à l'axe de flexion. En outre, dans les panneaux extrêmes dans lesquels le



moment fléchissant  ${
m M}$  est petit, la force  ${
m {rac c}''}$  a une influence sensible sur l'effort axial des longerons.

Les montants se trouvent soumis à leurs extrémités au moment fléchissant:

$$\overline{\mathbf{M}}_{v_m} = (\mathcal{E}'_m - \mathcal{E}''_m) \frac{h}{2}$$
 [14]

et, outre l'effort axial donné par [2], ils sont soumis à l'effort tranchant:

$$\overline{\mathfrak{E}}_m = \mathfrak{E}_m' - \mathfrak{E}_m''$$

Pour les montants intermédiaires, on peut avec une grande approximation prendre simplement :

 $\overline{\mathfrak{E}_m} = \overline{\mathfrak{E}_m}$  mais pour les montants extrêmes, au contraire, pour lesquels  $\mathfrak{E}''$  est négatif, on peut avoir une augmentation notable dans la valeur de E.

Il est utile et très facile de calculer les valeurs des M" correspondantes à une charge unitaire agissant successivement selon les divers montants; comme on traite généralement de poutres symétriques, le calcul est réduit de moitié.

Pour cette hypothèse de charge, la solution des équations [8] ou [9] est très simpliliée parce que, à l'exception de trois ou quatre équations, les autres ont le second nombre nul. Les valeurs des M" correspondant à ces hypothèses élémentaires sont des nombres influençants, que nous indiquerons par  $\mu_{m,r}$ , le premier indice se référant au numéro du panneau, le deuxième au numéro d'ordre du montant le long duquel agit la charge. Ils constituent un document du système, utilisé pour calculer ensuite, en vertu du principe de la superposition des effets, les valeurs des moments M" produits par telles conditions de charge que ce soit.

Exemple de calcul d'une poutre Vierendeel. — Si on calcule au moyen des équations obtenues ci-dessous une poutre Vierendeel, formée de sept panneaux de 4 mètres de longueur et de 4 mètres de hanteur (lig. 7) pour laquelle  $\lambda = h = 4$ , en supposant, ce qui est le cas admis dans la pratique, que  $J_0 = J_1 = J_2 = \dots = \mathfrak{I}_1 = \mathfrak{I}_2 = \dots$ , les équations [9] fournissent les équations suivantes :

u° La charge 1 agit suivant le montant 1 (r=1). — En observant que  $T_1 = \frac{6}{7}$  et que  $T_2 = T_3 = \dots = T_7 = -\frac{1}{7}$ , on a les sept équations:

$$8\mu_{1} - \mu_{2} = \frac{1}{7} \qquad 8\mu_{4} - \mu_{3} - \mu_{5} = 0$$

$$8\mu_{2} - \mu_{1} - \mu_{3} = 1 \qquad 8\mu_{5} - \mu_{4} - \mu_{6} = 0$$

$$8\mu_{3} - \mu_{2} - \mu_{4} = 0 \qquad 8\mu_{6} - \mu_{5} - \mu_{7} = 0$$

$$8\mu_{7} - \mu_{6} = -\frac{1}{7}$$

De ce système de sept équations à sept inconnues, on tire facilement les valeurs de  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_7$ , inscrites sur la première ligne horizontale du tableau ci-dessous.

2° La charge I agit suivant le montant 2 (r=2). -- En observant que  $T_1=T_2=\frac{5}{7}$  et que  $T_3=T_4=\dots\equiv T_7=-\frac{2}{7}$ , les équations [9] deviennent :

$$8\mu_{1} - \mu_{2} = -\frac{5}{7} \qquad 8\mu_{4} - \mu_{3} - \mu_{5} = 0$$

$$8\mu_{2} - \mu_{1} - \mu_{3} = 1 \qquad 8\mu_{5} - \mu_{4} - \mu_{6} = 0$$

$$8\mu_{3} - \mu_{2} - \mu_{4} = 1 \qquad 8\mu_{6} - \mu_{5} - \mu_{7} = 0$$

$$8\mu_{7} - \mu_{6} = -\frac{2}{7}$$

Les valeurs des µ tirées de ces équations sont indiquées sur la deuxième ligne du tableau.

3° La charge I agit saivant le montant 3 (r=3). — En observant que  $T_4=T_2=T_3=\frac{4}{7}$  et que  $T_4=T_5=T_6=T_7=-\frac{3}{7}$ , les équations [9] donnent:

$$8\mu_{1} - \mu_{3} = -\frac{4}{7} \qquad 8\mu_{4} - \mu_{3} - \mu_{5} = 1$$

$$8\mu_{2} - \mu_{1} - \mu_{3} = 0 \qquad 8\mu_{5} - \mu_{4} - \mu_{6} = 0$$

$$8\mu_{3} - \mu_{2} - \mu_{4} = 1 \qquad 8\mu_{6} - \mu_{5} - \mu_{7} = 0$$

$$8\mu_{7} - \mu_{6} = -\frac{3}{7}$$

Les valeurs des  $\mu$  tirées de ces équations sont indiquées sur la troisième ligne du tableau. Les valeurs des  $\mu$  produites par la charge 1 agissant suivant les autres montants donnent des valeurs symétriques de celles déjà calculées. On a donc le tableau:

MONTANTS	5-1	- 1	20	μ4	No.	70	Pr
1	0,034279	0,131376	0,016683	0.002082	-0,000024	-0,002271	-0,01814
2	-0,072544	0,133934	0,144019	0,018220	0,001738	-0,004315	-0,03625
25	0,070271	0,009256	0,144315	0,145267	0,017587	-0,004571	0,054145
4	-0,054142	-0,004571	0,017587	0,145267	0,144315	0,009256	-0,07027
5	-0,036253	-0,004315	0,001738	0,018220	0,144019	0,133934	-0,07254
6	-0,018141	-0,002271	-0,000024	0,002082	0,016683	0,431376	0,03427

Si la poutre examinée est une des deux poutres portantes d'un viaduc à deux voies, et si le poids propre de la construction, réparti suivant les montants, est de 10 tonnes pour chaque montant intermédiaire et de 5 tonnes pour ceux extrêmes, en admettant le pont surchargé de deux locomotives (suivant le règlement de 1915) dans les positions indiquées sur la figure 7 (une locomotive complète, et une autre de front dont le tender n'est pas sur le pont), les charges agissant sur les montants seront:

Montants. 0 1 2 3 4 5 6 7
Tonnes. . 8,75 35 30 26,25 36,25 22,50 22,50 8,75
et les réactions d'appuis: à gauche: t. 100,36; à droite: t. 89,64.

Les valeurs des efforts tranchants T sont indiquées sur le tableau suivant ainsi que les valeurs des M', M', E', tirées des formules [1], [3] et [4], et les valeurs de V tirées de la formule [2] en supposant que le pont soit à voie supérieure et que le poids propre se répartisse suivant la proportion suivante :  $^3/_{10}$  sur le longeron inférieur et  $^7/_{10}$  sur le longeron supérieur.

INDICES des T. M', t, G' et v	VALEURS de T en tonnes	VALEURS des M' en tm.	VALEURS des M <sub>v</sub> en tm.	valeurs des E' en tonnes	des v en tonnes
0	100,36		91,61	45,80	— 51,58
4	91,36	± 91,36	148,22	74,11	- 16,00
2	56,61	± 56,61	83,22	41,61	— 13,50
3	26,61	± 26,61	26,97	13,48	- 11,65
4	0,36	± 0,36	- 35,33	- 17,53	- 16,65
5	- 35,89	∓ 35,89	- 94,28	- 47,14	- 9,7
6	- 58,39	∓ 58,39	- 139,28	- 69,64	- 9,73
7	- 80,89	∓ 80,89	80,89	- 40,44	- 46,19

En se servant des résultats inscrits sur le tableau des valeurs de  $\mu$ , et en partant de la relation :  $M_m^{''} = \sum \mu_{m,r}$ ,  $P_r$ , on calcule facilement les valeurs des M''.

On obtiendrait par exemple:

$$\begin{array}{l} M_1 = 0.034279 \times 35 - 0.072544 \times 30 - 0.070271 \times 25.25 - \\ -0.054142 \times 36.25 - (0.036253 + 0.018141) \ 22.50 = -6.008 \, \mathrm{tm} \,. \end{array}$$

On aurait de même les valeurs suivantes:

$$M_{3}^{"}=8.545$$
  $M_{3}^{"}=9.368$   $M_{4}^{"}=10.155$   $M_{5}^{"}=9.360$   $M_{6}^{"}=5.976$   $M_{7}^{"}=-6.552$ 

Les équations approximatives [11] donneraient dans le cas actuel:

$$M_1'' = -\frac{T_2}{6} = -9.43 \text{ tm.}$$
  $M_2'' = \frac{T_1 - T_3}{6} = 10.83 \text{ tm.}$   $M_3'' = \frac{T_2 - T_4}{6} = 9.37 \text{ tm.}$   $M_4'' = \frac{T_3 - T_5}{6} = 10.42 \text{ tm.}$   $M_5'' = \frac{T_4 - T_6}{6} = 9.79 \text{ tm.}$   $M_6'' = \frac{T_5 - T_7}{6} = 7.50 \text{ tm.}$   $M_7'' = \frac{T_6}{6} = -9.73 \text{ tm.}$ 

Comme on le voit, l'approximation obtenue est très bonne, si on exclut les panneaux extrêmes pour lesquels elle est trop forte; mais pour ces derniers, il est à remarquer qu'une erreur même forte dans la valeur de M" se fait peu ressentir sur le résultat final, le rapport de M" à M' étant faible pour ces panneaux.

Du reste, la résolution des équations [9] pour les hypothèses de charge unitaire est rapide et ne présente, comme on l'a vu, aucune difficulté. Des valeurs rigoureuses de M'', on déduit les valeurs de  $\mathfrak{E}''$  au moyen de l'équation [6] qui, dans le cas actuel où h=4.

devient 
$$\mathfrak{F}_m'' = \frac{1}{2} (M_{m+1}'' - M_m')$$
. Les formules [12], [14], [15] per-

mettent de calculer les valeurs des  $\overline{M}$ ,  $\overline{M_v}$ ,  $\overline{\mathfrak{E}}$ , qui sont indiquées ainsi que  $\mathfrak{E}''$  sur le tableau suivant :

INDICES des $\mathfrak{C}''$ , $\overline{\mathfrak{M}}$ , $\overline{\mathfrak{M}}_v$ et $\overline{\mathfrak{C}}$	€" -	M	» M <sub>r</sub>	E
	l.	tm.	tm.	t.
0	- 3,00		97,60	48,80
1	7,28	97,62	133,66	66,83
2	0,41	65,15	82,40	41,21
3	0,39	35,98	26,18	13,09
4	0,40	10,52	- 34,72	- 47,36
5	- 1,69	45,25	- 90,90	- 45,45
6	- 6,26	64,37	- 126,76	- 63,38
7	3,28	87,44	- 87,44	- 43,72

Comme on le voit, d'après ces chiffres, en négligeant les valeurs de M'', c'est-à-dire l'effet produit par la flexibilité des montants

sur les essorts des barres du contour et des montants, on modifie notablement le régime des forces internes de quelques barres.

Dans le cas actuel, l'influence des M" figure avec les pourcenlages suivants:

- a) Pour les moments M dans les sections extrêmes des divers tronçons des longerons : de 6 à 97 º/o ;
- b) Pour les moments M, aux extrémités des montants: de 2 à II º/o;
  - c) Pour les essorts tranchants & dans les montants : de 1 à 11 º/o.

L'intéressant exemple numérique de M. Guidi montre l'importance que peuvent avoir pour les calculs les effets secondaires, mis en évidence par Engesser, dans les sections extrêmes des divers tronçons des longerons ainsi qu'aux extrémités des montants verticaux d'un pont système Vierendeel.

Comme on peut le voir sur la figure 1, lors de l'essai jusqu'à la rupture du pont de Tervueren, les déformations permanentes, les ruptures se produisirent en effet aux points de jonction des montants et des longerons, dans les sections extrêmes de ceux-ci, ce qui semble bien être une justification de la théorie Engesser.

Etant données les nombreuses applications des poutres Vierendeel au béton armé, il nous paraît utile d'attirer l'attention des constructeurs sur la nécessité de soigner tout particulièrement ces sections des longerons et des montants dans lesquelles les efforts secondaires étudiés plus haut peuvent avoir sur le béton des effets encore peu connus.

> Félix DROUHET, Ingénieur des Arts et Manufactures.

## TRAVAUX PUBLICS

PROJET DE BOULEVARD ET DE CHEMIN DE FER ÉLECTRIQUE de Paris à la forêt de Saint-Germain.

Le Génie Civil a signalé, dans l'étude consacrée dernièrement à l'extension de Paris (1), le projet de création d'une nouvelle voie réunissant directement Paris à la forêt de Saint-Germain. L'idée de l'établissement de ce boulevard est due à M. Léon Francq, Ingénieur civil des Mines, qui, préoccupé de chercher des terrains a été le resus par le Département de la concession du chemin de fer conjointement avec celle du boulevard.

Un autre syndicat d'étude a repris la question; un nouveau projet sut dressé par M. Léon Francq, avec le concours de M. Douau, Ingénieur des Arts et Manufactures, et déposé à l'appui d'une nouvelle demande de concession, en même temps que l'on demandait aux propriétaires des terrains, dans une zone de 250 mètres de chaque côté de la voie serrée, des promesses de vente. Ce projet lut accueilli favorablement par les administrations intéressées et le Conseil général de la Seine a accordé la concession sur son territoire, le 6 juillet 1910, pour cinquante ans à partir de la mise en

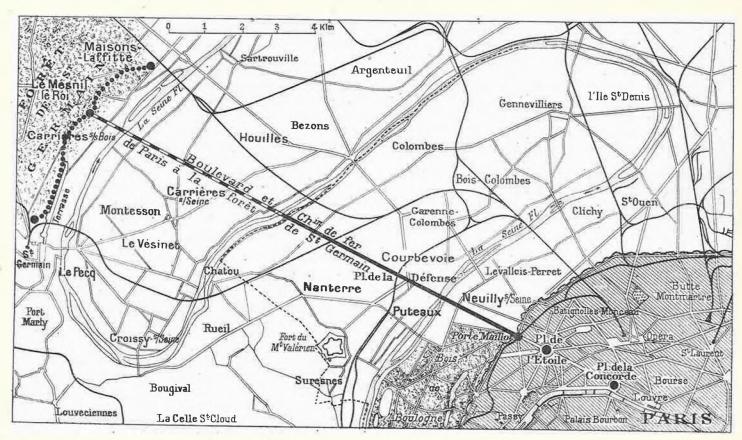


Fig. 1. — Carte montrant le tracé du boulevard et du chemin de fer projetés de Paris à la forêt de Saint-Germain.

Section concédée et déclarée d'utilité publique en Seine.

Estion concédée en Seine-et-Oise.

• • • • • Prolongement.

à bon marché pour la création de cités modernes, maisons ouvrières, cités-jardins, etc., a constaté qu'on pourrait en trouver d'excellents à proximité de Nanterre, de Carrières-sur-Seine, de Montesson, de Mesnil-le-Roy, et qu'il convenait de les réunir à la ville par une voie directe.

Un premier projet, soutenu par un syndicat d'étude, consistait à prolonger la route actuelle au delà du Rond-Point de la Désense, et à créer, depuis la Porte-Maillot jusqu'à la forêt de Saint-Germain, un chemin de fer électrique, sur plate-forme libre, indépendante. Il n'a pas abouti pour diverses raisons, dont la principale

service de la ligne. Le l'arlement a voté ensuite, le 29 juin 1912, et pour le département de la Seine seulement, la loi déclarative d'utilité publique, après avoir introduit diverses modifications et améliorations qui doivent permettre, éventuellement, de faire circuler les trains depuis un point quelconque du chemin de ser métropolitain de Paris jusqu'à Saint-Germain, et de réserver, pour l'esthétique, une zone à exproprier de 5 mètres de largeur qui constituera une servitude non adificandi.

Dans le département de Seine-et-Oise, la concession a été accordée par le Conseil général le 2 mai 1913, mais la déclaration d'utilité publique n'avait pas encore été volée au moment où la guerre est venue suspendre les formalités.